

关于轮叶几何形状的分析及试验

采用 (Pro·Casio·Fx-1 电子计算器)

邵耀坚

(农机系)

提 要

木田叶轮的轮叶是参与土壤相互作用的基本元件。轮叶驱动面是轮叶产生推力、承力性能的工作面。轮叶驱动面的几何形状参数对驱动轮的工作性能和整机牵引性能有重要影响。本文提出确定轮叶驱动面几何参数的两个基本原则,一是机械原理的共轭啮合基本定律,要求啮合过程节点位置不变,压力角维持一定;二是符合驱动轮的滑转滚动轨迹和规律。本文提出以滑转率 δ 为最基本参数建立其他参数关系式。本文对轮叶驱动面下面九个几何形状参数进行分析:顶圆、节圆、基圆、倾角、压力角、轮叶高、叶形曲率弧长、啮合线长、以及一个轮叶与土壤啮合过程中的轮子转角。本文推导出上述几何参数与滑转率的八个关系式。其中,对轮叶倾角和压力角作了详细的分析,用编程序的电子计算器Casio·Pro·Fx-1将倾角、压力角与滑转率关系式($\delta = 1 - \frac{2\sin\gamma - \text{tg}\gamma}{\gamma}$, $\delta = 1 - \frac{\cos(\text{tg}\alpha) - \text{tg}\alpha \sin(\text{tg}\alpha)}{1 - \text{tg}^2\alpha}$)进行连续计算并绘出两曲线,得出交点可作为倾角与压力角最佳值 $\gamma = \alpha = 26.51^\circ$,其相应最佳滑转率值为14.87%。根据上述原则,可推算出一个轮叶与土壤啮合接触过程的轮子转角,对于压力角及倾角等于 26.51° 的轮叶来说,轮子转角为 68.08° ,这样表明叶轮的最少叶数为六个,便可保证任何时刻都有轮叶与土壤啮合接触。本文列出多年来按上述原则设计的 30° 双曲面叶轮应用于轮式拖拉机、手扶拖拉机、船式拖拉机的下水田牵引试验资料,这些资料表明合理设计轮叶的驱动轮牵引效率在水田可达到48~54%,而其他驱动轮牵引效率在水田只有10~43%。作者希望,轮叶元件的理论分析对于叶轮的改进和牵引效率的进一步提高以及节约能源燃料能够起积极作用。

一、国外有关分析轮叶(刺、齿)几何形状的轮述

国外论著对轮叶(刺、齿)几何形状的分析是不多见的。

D. Gee-Clough 在《刚性轮上一个轮刺在水田土壤中的牵引力和支承力的研究》^[4]一文虽然较深入地分析刚性轮轮刺的运动受力,也提到轮刺几何形状、倾角对轮刺

力的影响,但没有明确影响轮刺几何参数的基本原则,不能确定并提出轮刺几何参数的相互关系及合适的几何形状参数。例如,他进行三种不同轮刺倾角(15°、25°、35°)对轮刺力影响的试验,认为在含水量为42.9%的土壤进行试验,轮刺倾角加大时,接触面积加大,单位轮刺力随之增加,支承力和推进力都加大,而支承力比推进力增大更多些;35°倾角比25°的好,25°倾角又比15°的好;然而终究不能确定怎样的倾角适用于怎样的条件。又如提出三种几何形状的轮刺(35°直型轮刺、35°直型带凸头轮刺、2"半径曲面轮刺)进行试验,结果认为轮刺形状有一定影响;35°带凸头直型轮刺和2"半径曲面轮刺的最大平均支承力和推进力都比35°直型轮刺大;带凸头的直型轮刺的推进力比支承力大,但2"半径曲面轮刺则恰恰相反;由于这三种轮刺形状不是按一定要求设计出来的,很像随意提出几种轮刺形状进行比较,因此得出的结果难以进一步分析和评判。

应该指出:Gee—clough所提出的行程损失(即滑转率)计算公式 $\delta = 1 - \frac{R_r}{R_o}$,式中 R_o —轮子顶圆半径, R_r —轮上一点半径。这式和作者1962年发表的资料[13]的以顶角为基础的滑转率计算公式相同。

A.C.Bailey, E.C.Burt, T.H.Taylor等在资料[3]一文对刚性轮表面与土壤条件的关系进行了试验探讨,认为带刺轮比橡胶衬面轮、平滑面钢轮有较高的推进力——承力斜率;但又认为从统计学观点看,如轮刺高一定,轮刺形状对推进力——承力斜率无显著影响,属于非显著性差异。看来,由于所试验的带刺轮的轮刺(三角刺、角刺)太密,各刺间的间隔只有9°轮心角,刺高只有2.54厘米,影响了轮刺作用的正常发挥。再者,只进行三角刺与直角刺试验,终究不应成为推断“轮刺形状对推进力——承力斜率无关”的结论。

M.G.Bekker、A.R.Reece及J.Y.Wong、L.L.Karafiath及E.A.Nowatzki、R.N.Yong等的论著[5][6][7][8]多从土壤力学、土壤参数、应力分析,等方面去研究轮子与土壤的相互作用,并进行深入的分析和试验。但对于驱动轮的最基本啮合元件——轮叶(刺、齿)的几何形状以及它们与土壤啮合作用过程与规律,却还没提出较深入的分析。

日本田中孝在1979年来华讲学时,曾介绍他对水田铁轮的研究工作[10],研究重点放在探讨轮叶的合理型式及最佳倾角上,他是通过对轮子的运动轨迹和受力情况的分析来解决这一问题的,但终究未见提出轮叶最佳倾角、轮叶合理几何形状、基本关系式等。

二、关于轮叶驱动面几何形状参数的设计原则

为了合理设计轮叶驱动面的几何形状,必须有正确的设计原则和理论基础。本文提出,轮叶驱动面几何形状参数的设计应考虑下面两基本原则:

(一) 机械原理关于共轭啮合定律是基本原则之一

根据机械原理,具有一定齿廓形状的两刚性机件在啮合过程中,如果两机件的角速

比能保持定值,这两刚性机件称为共轭元件。共轭元件啮合的基本定律有两个内容:

1. 齿廓在连续接触啮合过程中,过各接触点所作的公法线应通过两机件中心联结线的一定点(节点); 2. 过接触点所作公法线(即啮合线)与过节点的水平线之间必须保持一定角度(即压力角保持定值)。渐开线齿轮就是满足这个基本定律而设计出来的。

我们认为轮叶驱动面外廓与土壤刺孔应该成为一组共轭啮合的齿廓,轮叶驱动面外廓的几何形状参数设计必须遵循共轭啮合的基本定律的两个基本内容:(1)轮叶与土壤接触啮合过程中,节点(即瞬时轴线)位置应维持一定;(2)压力作用线或压力角保持定值。这样才能保证驱动轮以一定的角速度滚动前进,前进速度一定而驱动力矩均匀一致,轮叶与土壤刺孔将能正确地合理地进行啮合接触并产生最佳的推力、承力效果。

将机械原理关于共轭啮合基本定律确定为轮叶外廓形状与土壤刺孔齿廓的正确啮合原则,对于设计轮叶外廓参数和分析刺孔合理形状是非常重要的。廿多年来的实践和试验证明,按照这个定律设计轮叶的几何形状并进行参数分析,是行之有效的,叶轮的水田牵引效率可达48~54%,而其他驱动轮的牵引效率只不过10~43%,可参阅后面试验资料和数据。

用共轭啮合定律去探索驱动轮轮叶与土壤刺孔的相互作用关系,是行走部分与土壤相互作用关系的一个重要内容。它的重要现实意义在于能够合理地确定轮叶的几何形状和土壤刺孔形状。

(二) 符合驱动轮的滑转滚动轨迹和规律

在驱动力矩作用下的叶轮(驱动轮),由于轮叶与轮缘共同参与塑性水田土壤的相互作用,产生有滑转的滑动,与此同时产生推力及承力。按照拖拉机水田牵引试验,可见推进力(或牵引力)是滑转率的函数 $P_T = f(\delta)$,说明叶轮与土壤相互作用后产生的推进力可以用滑转率 δ 综合表现。从运动学角度来分析,行走部分在水田中表现尽管比较复杂,却主要是一个滑转问题,即驱动轮滑转滚动,怎样能更有效地行驶、推进并发挥牵引力问题。驱动轮既然在行走推进过程必然产生相应滑转率,轮叶几何形状参数必须和具有一定滑转率的叶轮运动轨迹规律相适应,才能合理地、正常地运动和工作。

轮叶顶点在叶轮滑转滚动过程的运动轨迹方程式,作者在资料^[13]已推导出来:

$$\begin{cases} x = r\theta - r_o \sin\theta = r_o(1 - \delta)\theta - r_o \sin\theta \\ y = r - r_o \cos\theta = r_o(1 - \delta) - r_o \cos\theta \end{cases} \quad (1)$$

式中 r ——叶轮滚动半径(米),

δ ——叶轮滑转率(%),

r_o ——叶轮顶圆半径(米),

θ ——轮子转角(弧度)。

上式作为具有滑转滚动的驱动轮顶圆一点的轨迹,是一条具有绕扣的余摆线,绕扣的大小与滑转率值的大小成正比^[13]。上述轨迹方程是建立轮叶几何形状参数的基本方程式之一,它是确定和分析轮叶合适形状的又一个必不可少的前提。

本文主要阐明运用上述两原则去确定轮叶几何形状参数的分析,着重点在理论分析

和推导。本文还附有一些试验资料,这些试验资料说明,按照上述两原则去设计的轮叶几何形状参数具有较好的工作效果。

三、滑转率是基本参数

滑转率 δ 是所有轮叶几何形状参数中的最基本参数,它与轮叶驱动面的九个几何形状参数都有关系,这是运动规律本身决定的,也是轮叶几何参数的两个设计原则决定的。

机械原理关于共轭啮合定律这个设计原则的实质是保证节点P(即瞬时轴线)的位置一定。瞬时轴线P位置一定,通过该点的公法线角度——压力角 α 才能保持稳定。而驱动轮滑转滚动时,轮叶各点的运动轨迹方程是以一定滑转率 δ 为前提建立起来的。

为了使滑转率与轮叶几何形状参数建立关系,本文沿用资料^[13]所提出的以顶圆为基础的滑转率公式。根据这式,轮叶各几何参数中若顶圆作为已知值,只要以顶圆为基础的滑转率 δ 确定,则滚动半径 r 值及瞬时轴线P的位置将保持定值。顶圆为基础的滑转率公式是:

$$\delta = \frac{r_0 - r}{r_0} = 1 - \frac{r}{r_0} \quad (2)$$

式中: r_0 —叶轮顶圆半径

r —叶轮负荷工作时的滚动半径。

整理上式,只要顶圆半径已知, δ 值一定时,瞬时轴线P位置及滚动半径OP值便可以确定:

$$r = OP = r_0 (1 - \delta) \quad (3)$$

轮叶的几何形状参数是与 δ 值、 r 值及瞬时轴线(即节点)P的位置有密切关系的。因此,以顶圆为基础的滑转率的计算方法将使轮子运动时的瞬时轴线有确定的几何位置,然后进一步按共轭啮合定律去推算其他几何参数式。此外,式(1)实质上也是以式(2)、(3)为基础推导的。

以上说明,以顶圆为基础的滑转率计算式是个重要前提。有了这个前提,才能以滑转率 δ 作为基本参数,进一步分析推导轮叶驱动面几何形状及各有关参数。

本文将滑转率 δ 的作用比拟为近似于齿轮的渐开线齿廓设计的模数 m 的作用。就是说,滑转率 δ 作为水田叶轮的轮叶驱动面几何参数中的基本参数,是与其他几何参数息息相关的,正如齿轮的模数 m 与齿廓的其他参数的密切关系一样。

为了说明轮叶各几何参数与滑转率的关系,并与齿轮的渐开线齿廓的几何参数与模数 m 的关系作比较,表(1)列出驱动轮轮叶原始齿廓几何形状的有关参数及其计算式,与圆柱齿轮原始齿廓几何参数及其计算式^[17]相对照,以供参考和对比,参阅图(1)、(2)。

用滑转率作为轮叶的基本设计参数是根据水田叶轮的滑转滚动运动性质和齿廓共轭啮合定律要求所规定的,它反映了轮叶设计的基本特点,与齿轮齿廓几何设计参数的差别和不同点就是从这里开始的。

表 1

轮叶几何参数与齿轮齿廓几何参数对照

序号	圆柱齿轮原始齿廓几何尺寸计算式 [17]			驱动轮轮叶原始齿廓几何形状参数计算式		
	名称	代号	计算式及说明	名称	代号	计算式及说明
1	模数	m	由强度计算决定, 已有齿轮模数标准	滑转率 (以顶圆为基础的最佳滑转率)	δ	通过试验, 按不同土壤条件及工作载荷要求决定 $\delta = 1 - \frac{r}{r_0}$ $\delta = 14.87\%$
2	压力角 (齿廓角)	α_0	各国较多采用的压力角 $\alpha_0 = 20^\circ$	压力角 最佳压力角 轮叶倾角 最佳倾角	α γ	$\delta = 1 - \frac{\cos(\text{tga}) - \text{tgasin}(\text{tga})}{1 - \text{tg}^2 \alpha}$ $\alpha = 26.51^\circ$ $\delta = 1 - \frac{2\sin\gamma - \text{tg}\gamma}{\gamma}$ $\gamma = 26.51^\circ$
3	分度圆直径	d_f	$d_f = Zm$ (Z—齿数)	滚动半径 (节圆半径) 节点位置 (瞬时轴线位置)	r P	$r = r_0(1 - \delta)$ $OP = r = r_0(1 - \delta)$
4	渐开线基圆直径	d_g	$d_g = d_f \cos \alpha_0$	渐开线基圆半径	r_g	$r_g = r \cos \alpha = r_0(1 - \delta) \cos \alpha$
5	齿顶高	h'	$h' = m$	叶顶高	h'	$h' = r_0 \delta$
6	齿根高	h''	$h'' = 1.25m$	叶根高	h''	$h'' = r_0(1 - \delta)(1 - \cos \alpha)$
7	全齿高	h	$h = h' + h''$ $= 22.5m$	全叶高	h	$h = h' + h''$ $= r_0[1 - (1 - \delta) \cos \alpha]$
8	齿顶圆直径	D_e	$D_e = d_f + 2h'$ $= (Z + 2)m$	顶圆半径	r_0	设计已知值, 或 $r_0 = \frac{r}{1 - \delta}$
9	齿根圆直径	D_i	$D_i = d_f - 2h''$ $= (Z - 2.5)m$	根圆半径 (即基圆半径)	r_i	$r_i = r_g$
10	啮合线长 (公法线长)	L	$L = m [2.952 (u - 0.5) + 0.014Z]$	湿合线长	L	$L = r_0 \sin \alpha$
11				渐开线弧长	S	$S = \frac{r_0 5 \sin \alpha}{2r_g}$

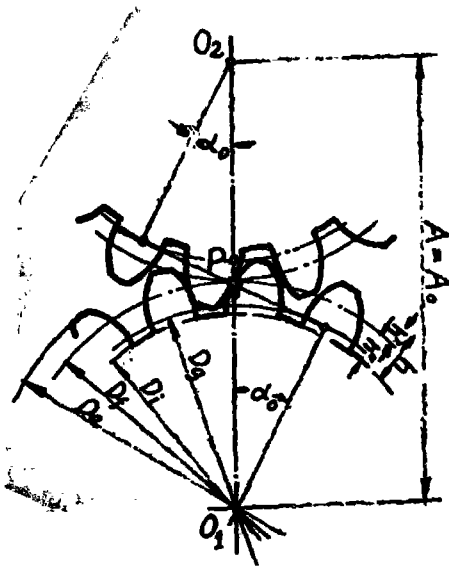


图1 圆柱齿轮原始齿廓几何参数

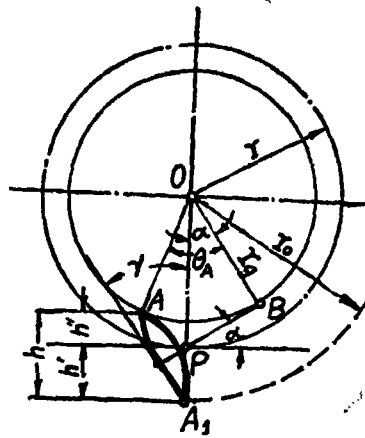


图2 轮叶驱动面几何参数

四、关于轮叶倾角及压力角的分析

轮叶倾角是轮叶几何形状的重要参数之一。它对驱动叶轮在水田的工作性能有很大关系。

轮叶直型驱动面是以叶顶为顶点的径向倾角作为轮叶倾角。若驱动面是曲面，则轮叶倾角指轮叶顶点的切线的径向倾角。我国近年来对轮叶倾角展开较深入的讨论，取得了可喜的进展。〔11〕〔12〕〔14〕

轮叶倾角与叶轮的滑转率 δ 有关，这是各方面的资料所一致肯定的。

确定轮叶倾角的原则，这是研究轮叶参数首先应该探讨的问题。本文提出确定轮叶倾角的原则是：满足具有滑转的轮子的运动轨迹规律；使轮叶有合适的脱离土壤位置；符合共轭啮合定律规定的压力角要求及啮合范围。

作者于60年代初在资料〔13〕中介绍按瞬时轴线位置的图解法去计算不同滑转率的曲面轮叶倾角，并建立一个轮叶倾角与滑转率关系的方程式：叶轮以一定滑转率在水田中滚动时，在任何瞬间，轮子的瞬时轴线P位置是一定的。见图3(a)。从P引水平线与轮叶顶圆相交于Z₁、Z₂点，Z₁点是轮叶顶点以垂直方向进入土壤的位置，Z₂点是轮叶顶点以垂直方向脱离土壤的位置。根据直角三角形OPZ₂，可推导出轮叶倾角 γ 与滑转率 δ 的关系式，见图(3a)：

$$\cos \gamma = \frac{OP}{OZ_2} = \frac{r}{r_o} = \frac{r_o(1-\delta)}{r_o} = 1 - \delta$$

$$\delta = 1 - \cos \gamma \quad (4)$$

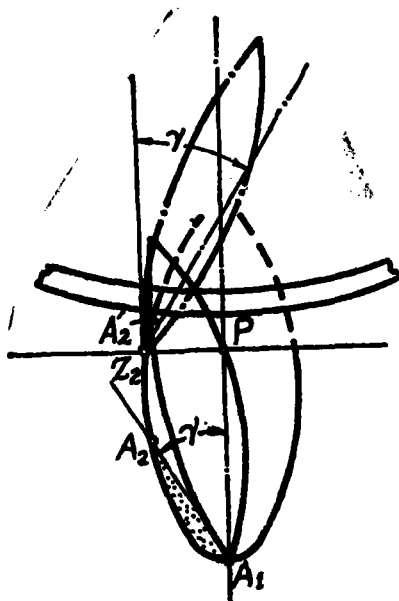


图 3 (a)

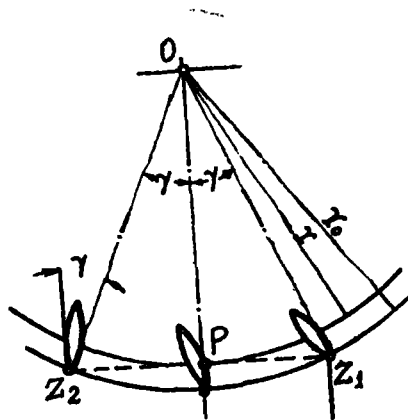


图 3 (b)

按(4)式得出的曲面轮叶倾角 γ 与滑转率 δ 的关系,是用图解法将问题简化,绕过复杂的运动轨迹分析。图3(a)的实质相当于图3(b),这里画出轮叶顶点在一定滑转率 δ 的运动轨迹绕扣部分, Z_2 点位置在绕扣部分是P点引水平线与绕扣的交点,轮叶顶点在这一点必然以垂直方向脱离土壤。如使轮叶曲面顶点的倾角为 γ ,显然轮叶顶点到 Z_2 点必然以垂直方向离开土壤。

按(4)式决定轮叶倾角 γ 与滑转率 δ 的关系,是比较笼统的,轮叶倾角一般是偏大的。在曲面轮叶几何形状未确定前,不考虑轮叶占据最低位置时轮叶与叶顶轨迹的交点位置,不论这交点是在 Z_2 点之下还是在 Z_2 点之上,都按轮叶顶点到 Z_2 点以垂直位置方向脱离土壤计算,角度 γ 可认为是允许最大值。

若轮叶属于曲面轮叶并如图3(b)所示,这里轮叶占据最低位置时与绕扣交点在 Z_2 点之上的 A'_2 点,轮叶顶点在 Z_2 点处沿垂直方向脱离土壤所构成的倾角将小于在 A'_2 点沿垂直方向脱离土壤所构成的倾角,则倾角 γ 偏小;然而,若果轮叶曲面形状属于渐开线外形形状,轮叶占据最低位置时与绕扣交点若考虑压力角 α ,交点 A_2 是在 Z_2 点之下的,则倾角 γ 将偏大。

若轮叶属于直型轮叶,具有一定倾角的直型轮叶占据最低位置时将在 Z_2 点下面的 A_2 点与轮叶顶点轨迹绕扣相交,并在土壤压出 A_1A_2 斜面,当 A_1 顶点沿绕扣运动至 A_2 点开始脱离土壤,轮叶顶点 A_2 点以上无土壤接触,即轮叶顶点真正垂直地离开土壤的位置是 A_2 点,按 A_2 点的轮子转角 $\theta_{A_2} = \gamma$ 去考虑轮叶倾角,这倾角必然小于按 Z_2 点垂直离开土壤的倾角。因此,按 Z_2 点考虑的倾角对于直型轮叶来说是偏大了。

(一) 直型轮叶倾角的探讨

直型轮叶容易加工,构造简单,因此许多叶轮采用直型轮叶。例如手扶拖拉机、船

式拖拉机、机动插秧机目前所使用的叶轮，都采用直型而具有一定倾角的轮叶。

探讨直型轮叶的倾角与滑转率的关系，确定合适的直型轮叶倾角，是有现实意义的。国内近年对于轮叶倾角公式所开展的讨论，主要针对直型轮叶而论，这些讨论对于曲面轮叶倾角的确定也很有参考价值，并且是很有启发和有益的。

按图4进一步分析直型轮叶顶点以垂直方向与土壤脱离接触的真实位置去确定轮叶倾角，可以推导出轮叶倾角与滑转率的关系式。

直型轮叶转至最低位置时，轮叶斜面将在土壤压出 A_1A_2 面并与轮叶顶点轨迹绕 A_1 相交于 A_2 点，如使轮叶顶点沿轨迹到达 A_2 点时的轮叶斜面处于垂直位置，并使这时的轮子转角等于轮叶倾角 γ ，则轮叶倾角将得到较合理的值。

既然轮叶顶点的运动轨迹方程式按(1)式推导，它应是：

$$x = r_0(1 - \delta)\theta - r_0\sin\theta$$

$$y = r_0(1 - \delta) - r_0\cos\theta$$

使上式轨迹 A_2 点的轮叶倾角 γ 值等于轮叶顶点自最低位置转到 A_2 点时的转角 θ_{A_2} 。在直角三角形 A_1EA_2 中：

$$A_2E = x_{A_2} = r_0\sin\theta_{A_2} - r_0\theta_{A_2} = r_0\sin\gamma - r_0(1 - \delta)\gamma$$

$$A_1E = r_0 - (r + y_{A_2}) = r_0 - (r + r_0\cos\theta_{A_2} - r)$$

$$= r_0 - r_0\cos\gamma$$

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{A_2E}{A_1E} = \frac{r_0\sin\gamma - r_0(1 - \delta)\gamma}{r_0 - r_0\cos\gamma} = \frac{\sin\gamma - (1 - \delta)\gamma}{1 - \cos\gamma}$$

$$\operatorname{tg}\gamma(1 - \cos\gamma) = \sin\gamma - (1 - \delta)\gamma$$

$$\operatorname{tg}\gamma - \sin\gamma = \sin\gamma - (1 - \delta)\gamma$$

$$2\sin\gamma - \operatorname{tg}\gamma - (1 - \delta)\gamma = 0 \quad (5)$$

这是一个直型轮叶倾角 γ 与滑转率 δ 关系的超越方程式。曾中坚在资料^[12]曾经推出这方程式，然而他采用正弦、余弦级数展开式的前两项来代替三角函数，企图将这个超越方程变成轮叶倾角 γ 与滑转率的简单关系式 $\gamma = \sqrt{\frac{6\delta}{4 + 3\delta}}$ 。这个简单关系式已证明

是不妥当的，误差较大且与(5)式不相符合的。资料^[11]利用三角函数正弦、正切的级数展开式前两项推导出 $\gamma = \sqrt{1.5\delta}$ ，已证明同样是不妥当的。

(5)式作为超越方程式，用计算机是可以求解的。为了方便采用程序电子计算器编程求解，可将(5)式整理成下式：

$$2\sin\gamma - \operatorname{tg}\gamma = (1 - \delta)\gamma$$

$$\frac{2\sin\gamma - \operatorname{tg}\gamma}{\gamma} = 1 - \delta$$

$$\delta = 1 - \frac{2\sin\gamma - \operatorname{tg}\gamma}{\gamma} \quad (6)$$

表2是将(6)式编程序后用Casio·pro·fx-1计算器按倾角从 1° 至 60° 变化过程(间隔为 1°)的滑转率 δ 计算值。注意上式(6)在 $\gamma = 60^\circ$ 时， $\delta = 1$ ，可见直型轮叶

倾角在滑转率等于1(完全滑转)时的极限值是 60° 。

若以 γ 角为纵坐标, δ 为横坐标,可绘出 $\delta = 1 - \frac{2\sin\gamma - \tan\gamma}{\gamma}$ 方程式的曲线如图5粗线所示。而 $\delta = 1 - \cos\gamma$ 方程式绘出的曲线如图(5)细线所示。

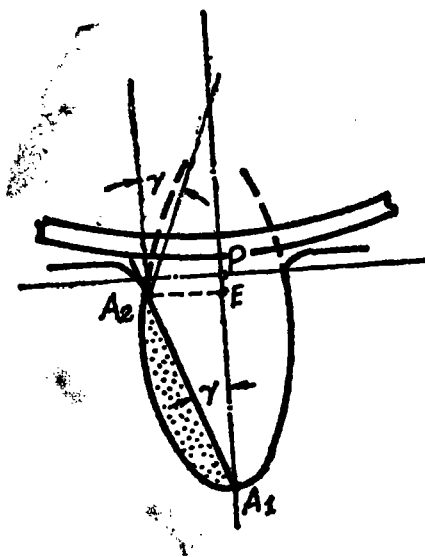


图4 直型轮叶倾角 γ 的确定

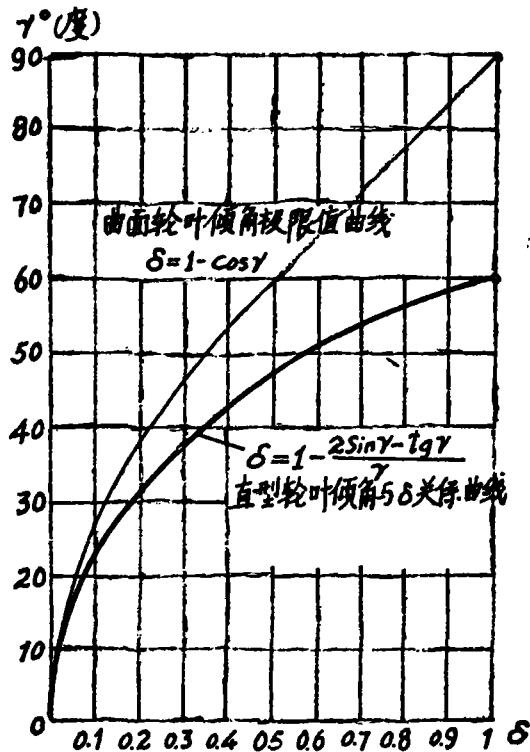


图5 轮叶倾角 γ 与滑转率 δ 的关系曲线

关于(6)式的Casio·pro·fx-1电子计算器的程序,见附录。作者已将该程序记录在磁卡上,可随时应用。

(二) 渐开线轮叶压力角的探讨

要按照共轭啮合基本定律去考虑分析曲面轮叶的倾角及其他参数,这是对轮叶倾角提出进一步的要求。

按照共轭啮合定律的基本内容,轮叶倾斜角必须满足啮合过程节点位置维持一定,压力角 α 保持一定,啮合作用不应超出压力作用线的范围。更明确地说,轮叶顶点与土壤脱离接触位置不应超出压力作用啮合线,即 A_2 点不应超出压力作用线图6所示的PB延长线范围。若轮叶顶点在PB延长线以外仍与土壤进行接触,势必破坏共轭啮合的基本定律,压力角 α 不能保持一定,节点P位置将是变化的而不能保持一定,于是轮子角速度不稳定,行驶速度和驱动扭矩也将是变化不定的。

渐开线可以用下列方程式表示:

$$\tan\alpha = \theta$$

式中 α —压力角,度;

θ —轮子转角, 弧度。

将这渐开线方程与轮叶顶点轨迹方程相联系, 可以确定具有合适压力角的渐开线轮叶倾角与滑转率的关系。

图 6 的 A_2 点是直型轮叶 A_1A_2 与叶顶轨迹绕扣的交点, 也是渐开线及其压力角 α 为一定的啮合线与绕扣的交点。 A_2 点是渐开线轮叶部分与土壤作最后接触啮合点, 也是轮叶顶点离开土壤前与土壤脱离接触的位置。

按照图 6, A_2 点是渐开线曲面的啮合线 BP 与绕扣的交点。用轮叶顶点的轨迹绕扣部分 A_2 点的 x 、 y 坐标可以列出下面关系式:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x} = \frac{r_o(1-\delta) - r_o \cos \theta}{r_o(1-\delta)\theta - r_o \sin \theta} = \frac{1-\delta - \cos \theta}{(1-\delta)\theta - \sin \theta}$$

将上式与渐开线关系式联系可得: $\theta = \frac{1-\delta - \cos \theta}{(1-\delta)\theta - \sin \theta}$

整理该式可得:

$$(1-\delta)\theta^2 - \theta \sin \theta = 1 - \delta - \cos \theta$$

$$(1-\delta)(1-\theta^2) = \cos \theta - \theta \sin \theta$$

$$1-\delta = \frac{\cos \theta - \theta \sin \theta}{1-\theta^2}$$

$$\delta = 1 - \frac{\cos \theta - \theta \sin \theta}{1-\theta^2}$$

将 $\operatorname{tg} \alpha = \theta$ 代入上式, 可得压力角 α 与滑转率的关系方程式:

$$\delta = 1 - \frac{\cos(\operatorname{tg} \alpha) - \operatorname{tg} \alpha \sin(\operatorname{tg} \alpha)}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad (7)$$

(7) 式是压力角 α 与滑转率 δ 的超越方程式。这式虽然稍为复杂, 但用程序电子计算器是可以将 α 值从 1° 到 41° (间隔为 1°) 进行编程计算出相应滑转率 δ 值。表 (2) 的第二栏是计算结果。

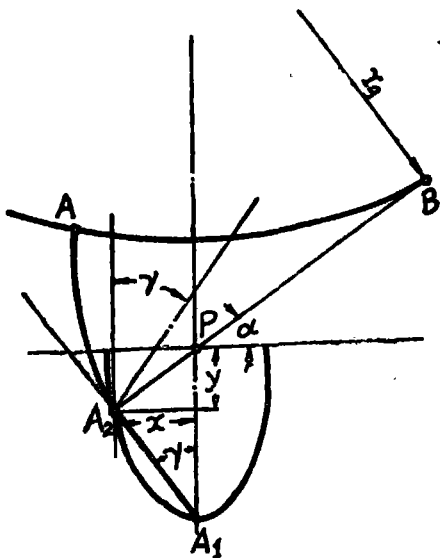


图 6

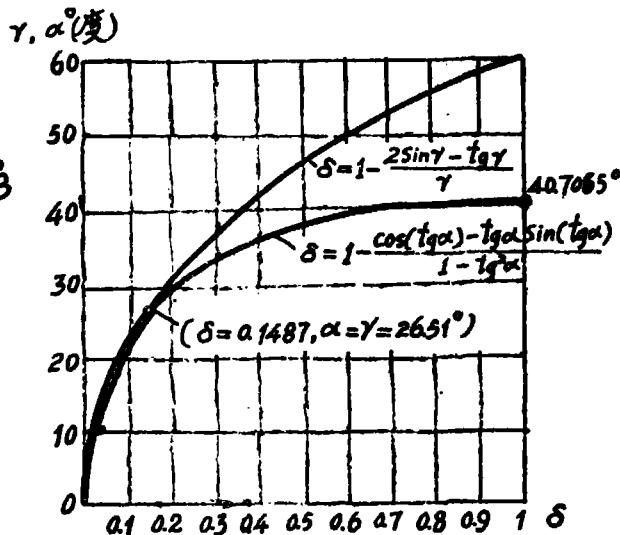


图 7 压力角与滑转率关系曲线

表 2 Casio·pro·fx-1 程序电子计算器计算的不同倾角、压力角时滑转率值

倾角 γ 或压力角 α 值 (度)	滑 转 率 δ 值	
	按 $\delta = 1 - \frac{2\sin\gamma - \operatorname{tg}\gamma}{\gamma}$	按 $\delta = 1 + \frac{\operatorname{tg}\sin(\operatorname{tg}\alpha) - \cos(\operatorname{tg}\alpha)}{1 - \operatorname{tg}^2\alpha}$
1	0.0002031428	0.0001523611
2	0.0008124551	0.0006101663
3	0.0018285863	0.0013754909
4	0.0032520236	0.0024518852
5	0.0050837446	0.0038443549
6	0.0073250277	0.0055594567
7	0.0099770584	0.0076053657
8	0.013041738	0.0099920218
9	0.016521255	0.01273124
10	0.020417609	0.015836898
11	0.02473369	0.019325128
12	0.029472424	0.023214621
13	0.034637029	0.02752686
14	0.04023103	0.032286543
15	0.046258617	0.03752202
16	0.052724114	0.04326584
17	0.059632277	0.049555366
18	0.066988268	0.05643368
19	0.074797733	0.063950467
20	0.083066849	0.072163356
21	0.091802225	0.081139376
22	0.101011118	0.090956951
23	0.110701145	0.101708345
24	0.120880798	0.113502813
25	0.131559023	0.126470736
26	0.142745593	0.140769033
26.51403785	0.148697178	0.148697152
27	0.154451061	0.156588273
28	0.166686724	0.174162434
29	0.17946479	0.193782258
30	0.192798475	0.215813787
31	0.206701969	0.240725032
32	0.221190698	0.269124815
33	0.236281132	0.301820909
34	0.25199133	0.339910048
35	0.268340524	0.384921587

续表 2

倾角 γ 或压力角 α 值 (度)	滑 转 率 δ 值	
	按 $\delta = 1 - \frac{2\sin\gamma - \operatorname{tg}\gamma}{\gamma}$	按 $\delta = 1 + \frac{\operatorname{tg}\alpha \sin(\operatorname{tg}\alpha) - \cos(\operatorname{tg}\alpha)}{1 - \operatorname{tg}^2\alpha}$
36	0.285349789	0.439057238
37	0.303041765	0.505610133
38	0.321441062	0.589743236
39	0.340574426	0.7000456
40	0.360470825	0.851956701
40.70651625	0.375004996	0.999999928 (≈ 1.0)
41	0.381161812	1.07632573
42	0.402681703	1.445090269
43	0.425067992	2.173989175
44	0.448361482	4.341548725
45	0.472606915	
46	0.497853186	—
47	0.52415404	—
48	0.551568422	—
49	0.580161363	—
50	0.610004496	—
51	0.641177069	—
52	0.673766756	—
53	0.707871284	—
54	0.743599179	—
55	0.781071701	—
56	0.820424652	—
57	0.86181048	—
58	0.905401013	—
59	0.951390746	—
60	1.0	—

根据表 2, 可见在滑转率 δ 接近等于 1 (完全滑转) 时, 相应的压力角 $\alpha = 40.70651625^\circ$, 这是压力角的极限值。滑转率按计算器的计算值是: $\delta = 0.999999928 \approx 1$ 。

将 (7) 式的压力角 α 作纵座标, 滑转率 δ 作横座标, 可绘出压力角与滑转率的关系曲线, 见图 7, 这里同时绘出直型轮叶倾角与滑转率的关系曲线。

拿表 2 两项数值相比较, 可发现当压力角等于轮叶倾角 ($\alpha = \gamma$) 时的角度是 26.51403785° (可略作 26.5°), 此时相应的滑转率为 0.148697178 (6 式) 或 0.148697152 (7 式), 略作 $\delta = 0.1487$ 。

可以认为 26.51° 倾角的渐开线曲面轮叶将以 26.51° 的压力角与土壤刺孔斜面互相啮

合,这是轮叶倾角与压力角的最佳值,其相应滑转率为14.87%,这时轮叶将与土壤进行最好的相互啮合作用,产生最好的推力、承力效果。

图(7)中两曲线的交点,就是 $\alpha = \gamma = 26.51^\circ$, $\delta = 0.1487$ 位置。

关于(6)(7)两式的Casio·pro·fx-1电子计算器的程序,详见附录。作者已将该程序记录在磁卡上,以便随时应用。

五、轮叶的其他几何参数关系式

对轮叶倾角和压力角分析以后,下面对轮叶其他几何参数作简要分析,参阅图8。

1. 基圆半径 r_g

按照渐开线参数方程式,可知渐开线形状决定于基圆半径 r_g 。 r_g 值确定后,轮叶的径向高度、渐开线的形状、曲率便基本上确定下来。根据图6,可以进一步推算基圆半径 r_g 与压力角 α 及滑转率 δ 的关系式:

$$r_g = r \cos \alpha = r_o (1 - \delta) \cos \alpha$$

代入(7)式,可得:

$$r_g = r_o \left[\frac{\cos(\operatorname{tg} \alpha) - \operatorname{tg} \alpha \sin(\operatorname{tg} \alpha)}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \right] \cos \alpha \quad (8)$$

(8)式是 r_g 与压力角 α 的关系式。由于压力角 α 是滑转率 δ 的函数,因此, r_g 与滑转率显然是函数关系并可推导出关系式。

2. 轮叶径向高 h

轮叶径向高 h 是指节园以外的轮叶高 h' 以及节园以内的轮叶高 h'' 之和,实质等于顶园半径 r_o 与基圆半径 r_g 之差。

$$h = h' + h'' \quad (9)$$

$$h = r_o - r_g$$

按照渐开线的数理性质,基圆以内无渐开线,因此基圆是轮叶外伸的起点,即轮叶高度是受基圆半径所限制的。

节园以外的轮叶高 h' 与滑转率 δ 有关,节园半径或滚动半径 $r = r_o (1 - \delta)$,因此 h' 主要决定于顶园半径 r_o 与滑转率 δ 。

$$h' = r_o \delta \quad (10)$$

节园以内的轮叶高 h'' 等于节园半径 r 减去基圆半径 r_g 。

$$\begin{aligned} h'' &= r - r_g = r_o (1 - \delta) - r_o (1 - \delta) \cos \alpha \\ &= r_o (1 - \delta) (1 - \cos \alpha) \end{aligned} \quad (11)$$

轮叶径向高对于一定顶园半径的叶轮来说,主要决定于滑转率及压力角,由于压力角是滑转率函数,可以说基本决定于滑转率。

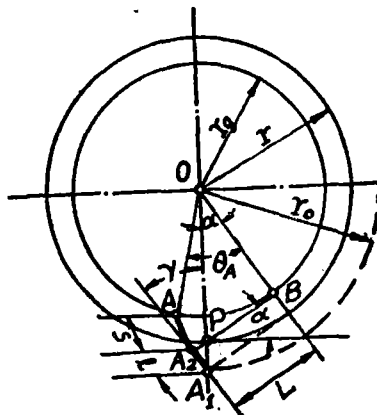


图8 轮叶驱动面的几何参数

轮叶过高过长或过短都是不合适的, 轮叶过高或过短都不符合共轭啮合定律和滑转率规定的运动轨迹规律。

3. 轮叶曲率、长度

(1) 渐开线——倾斜直线组成的轮叶

这里轮叶长度主要指倾斜状态的 $\widehat{AA_2A_1}$ 渐开线及倾斜轮叶长度, 显然这与轮叶倾角、基圆半径和压力角所决定的渐开线形状有关。

图8的 $\widehat{AA_2}$ 是渐开线曲线部分, 其曲率是变化的。 A 点曲率半径等于零, A_2 总曲率半径等于啮合线长 $L = A_2B$ 。

$$L = r_o \sin \alpha \quad (12)$$

计算渐开线弧长 $\widehat{AA_2}$ 时, 采用下列渐开线方程式求导后进行积分比较方便^[20]。这里, 基圆半径 r_g 是已知值。

$$x = r_g \cos \theta + r_g \theta \sin \theta, \quad y = r_g \sin \theta - r_g \theta \cos \theta,$$

$$\begin{aligned} \widehat{AA_2} &= \int ds = \int_0^\theta \sqrt{\left(\frac{dx}{d\theta}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\theta}\right)^2} d\theta \\ &= \int_0^\theta \sqrt{\left[\frac{d}{d\theta}(r_g \cos \theta + r_g \theta \sin \theta)\right]^2 + \left[\frac{d}{d\theta}(r_g \sin \theta - r_g \theta \cos \theta)\right]^2} d\theta \\ &= r_g \int_0^\theta \sqrt{[-\sin \theta + \sin \theta + \theta \cos \theta]^2 + [\cos \theta + \theta \sin \theta - \cos \theta]^2} d\theta \\ &= r_g \int_0^\theta \sqrt{\theta^2 \cos^2 \theta + \theta^2 \sin^2 \theta} d\theta = r_g \int_0^\theta \theta d\theta \end{aligned}$$

$$\widehat{AA_2} = S = \frac{1}{2} r_g \theta^2 = \frac{1}{2} r_g \tan^2 \alpha_\theta$$

$$\text{在上式中, } \tan \alpha_\theta = \frac{A_2 B}{r_g} = \frac{L}{r_g}$$

$$S = \frac{1}{2} r_g \frac{L^2}{r_g^2} = \frac{L^2}{2 r_g} = \frac{r_o^2 \sin^2 \alpha}{2 r_g} \quad (13)$$

图(8)的 $A_1 A_2$ 倾斜直线部分的长度可按式计算:

$$A_1 A_2 = l = A_1 P \cos \gamma = r_o \delta \cos \gamma$$

轮叶总长 $\widehat{AA_2A_1}$ 等于 $\widehat{AA_2} + A_2 A_1$:

$$\widehat{AA_2A_1} = S + l = \frac{1}{2} \frac{r_o^2 \sin^2 \alpha}{r_g} + r_o \delta \cos \gamma$$

由渐开线与倾斜直线组成的轮叶, 兼顾了共轭啮合基本定律及轮叶按一定滑转率的运动规律和轨迹的要求。其中, 渐开线部分能保证节点位置维持一定, 压力角一致, 而倾斜轮叶部分则能符合规定滑转率的运动规律和轨迹。

(2) 全渐开线轮叶

全渐开线轮叶的曲率和长度可以通过式(12)和(13)计算。

全部由渐开线构成的轮叶外廓不宜过多地超出规定滑转率范围的啮合, 轮叶顶点与土壤作最后接触时不宜过多超出绕扣范围, 渐开线长度过长时($\alpha_\theta > \alpha$)也表明渐开线

本身压力角 α_0 与啮合线压力角 α 已出现偏差和矛盾, 且渐开线越长, 偏差越大, 必须恰当地分析选择并通过试验来决定。

全渐开线轮叶在某种可塑性的水田土壤, 例如较深软而硬底层土壤力学性质变化较小的土壤, 可能是适用的, 它在这种水田土壤中将能啮合成倾斜面的土壤刺孔, 这倾斜面的啮合角将等于压力角 α 。

4. 啮合过程的轮子转角

按照共轭啮合基本定律, 可见轮叶从开始啮合到结束啮合, 以至轮叶顶点与土壤脱离接触的全过程轮子转角是可以计算出来的。

对于由渐开线与倾斜直线组成的轮叶, 渐开线部分轮叶与土壤接触啮合过程的轮子转角应相当于渐开线转角 θ_A , 加上轮叶顶点自最低位置沿规定滑转率所产生轨迹绕扣运

表 3 $\gamma = \alpha = 26.51^\circ$ 轮叶驱动面与历年来试验效果较好的 30° 倾角轮叶驱动面的几何参数表

参数名称	符 号	计 算 式	26.5°倾斜角轮叶 压力角 (理论分析最佳值)		经历年试验的30°倾斜角 压力角 轮叶参数 [13]	
滑转率 (%)	δ	$\delta = 1 - \frac{r}{r_0}$	$\delta = 14.87\%$		$\delta = 13.4\%$	
轮叶倾角 (度)	γ	$\delta = 1 - \frac{2\sin\gamma - \lg\gamma}{\gamma}$	$\gamma = 26.51^\circ$		$\gamma = \cos^{-1}(1 - \delta) = 30^\circ$	
压力角 (度)	α	$\delta = 1 - \frac{\cos(\lg\alpha) - \lg\alpha \sin(\lg\alpha)}{1 - \lg^2\alpha}$	$\alpha = 26.51^\circ$		$\alpha = \gamma = 30^\circ$	
顶圆半径 (毫米)	r_0		675	425	675	425
滚动半径 (毫米)	r	$r = r_0(1 - \delta)$	574.63	361.80	600	368.05
基圆半径 (毫米)	r_g	$r_g = r \cos\alpha$	514.21	323.76	519.6	318.73
叶顶高 (毫米)	h'	$h' = r_0\delta$	100.37	63.11	75	56.95
叶根高 (毫米)	h''	$h'' = r_0(1 - \delta)(1 - \cos\alpha)$	60.42	38.02	89.6	50.32
叶全高 (毫米)	h	$h = h' + h''$	160.79	101.13	164.6	107.27
啮合线长 (毫米)	L	$L = r_0 \sin\alpha$	301.29	189.634	337.5	212.5
渐开线弧长 (毫米)	S	$S = \frac{L^2}{2r_g}$	88.27	55.58	109.61	70.84
倾斜直线长 (毫米)	l	$l = r_0\delta \cos\gamma$	89.82	56.55	78.33	49.32
轮叶全长 (毫米)	$S + l$		178.09	112.03	187.94	120.16
渐开线啮合 (弧度) 轮 子 转 角 (度)	θ_A	$\theta_A = \frac{L}{r_g}$	0.586 (33.57°)	0.586 (33.57°)	0.65 (37.216°)	0.667 (38.2°)
绕扣 A_1 点 轮子转角 (度)	θ_{A1}	$\theta_{A1} = \gamma$	26.51°	26.51°	30°	30°
啮合全过程 轮子转角 (度)	$\theta_A + \theta_{A1}$	$\frac{L}{r_g} + \gamma$	60.08°	60.08°	67.216°	68.2°

动到与土壤脱离接触点 A_2 所转过的 θ_{A_2} , 就是轮叶与土壤啮合全过程的轮子转角。

按照渐开线的数理性质和方程式, 可知:

$$\theta_A = \operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{L}{r_g} \quad (14)$$

按照轮叶顶点自最低点至土壤脱离接触点 A_2 沿绕扣运动过程的轮子转角 θ_{A_2} 是:

$$\theta_{A_2} = \gamma$$

所以轮叶与土壤啮合全过程的轮子转角应是 $\theta_A + \theta_{A_2}$,

$$\theta_A + \theta_{A_2} = \frac{L}{r_g} + \gamma \quad (15)$$

按照理论分析得出的最佳值, 当滑转率等于14.87%, $\gamma = \alpha = 26.51^\circ$ 时, 可计算出一个轮叶与土壤啮合接触的全过程中, 轮子转过的角为 60.08° 。这角值对考虑分析叶轮的轮叶数目以至重迭啮合等是很有参考价值的。具有 $\gamma = \alpha = 26.57^\circ$ 的渐开线—倾斜直线轮叶的叶轮, 轮叶数最少为6个 ($\frac{360}{60.08} \approx 6$)。

表3列出按本文理论分析最佳值(滑转率等于14.87%, $\gamma = \alpha = 26.51^\circ$)及由参数公式推算的轮叶驱动面几何参数数值。其中两种叶轮尺寸(顶圆半径 r_o 为675毫米, 适用于一般水田轮式拖拉机, r_o 为425毫米的适用于手扶拖拉机及船式拖拉机)的参数和数值可供设计参考。另外, 还列出经过廿年来使用和试验, 效率较高而效果较好的同样尺寸叶轮的轮叶几何参数, 可供参考和比较。

六、试验数据

根据共轭啮合基本定律和规定滑转率运动轨迹而设计的渐开线—倾斜面构成的驱动面, 加上前工作面组成的双曲面轮叶, 作为叶轮的工作元件, 称为双曲面轮叶。

60年代双曲面叶轮用于轮式拖拉机下水田, 据拖拉机研究所, 广东省农机研究所以及华南农学院的试验, 牵引效率可达48.6%~49.6%, 而其他轮子的牵引效率一般只有9.55%~43.8%, 在相同条件下滑转率相对较小, 行驶速度较高而牵引力较大, 牵引性能明显较好。表(4)列出一些试验资料可供分析。^{[10][21]}

70年代双曲面叶轮用于手扶拖拉机下水田, 效果也是很好的。73年一机部组织由洛阳拖拉机研究所, 北京市农业机械研究所等九个单位对13种方案的手扶拖拉机水田轮进行田间试验, 其中“北方八号双曲面叶轮”的行走效率在水田达到54%, 而其他水田轮的行走效率只有18~46%。表5列出一些试验资料可供分析和比较。^[9]

78~79年我们曾设计双曲面叶轮, 用于船式拖拉机下水田, 牵引效率达到52%, 而其他水田轮则只有30~43.1%。^[15]表6列出我们近年来所进行的一些试验资料, 可供比较分析。

这些试验资料说明, 对于轮式拖拉机, 手扶拖拉机, 船式拖拉机等几种不同性质的拖拉机来说, 合理设计轮叶的驱动轮能够使拖拉机的牵引效率提高5.8%至8.9%。总的来说牵引效率的提高, 意味着节约燃料。

作者希望通过轮叶的几何参数的理论分析和试验研究,提高拖拉机下水田作业的牵引效率,增加牵引力,并取得较高的燃料效率,为节约燃料和能源,提高拖拉机下水田的性能而奋斗。

表4 轮式拖拉机配各种行走机构的水田牵引性能〔16〕〔12〕

拖拉机 型号	驱动轮型 式及水田 性 状	档 速	最大牵引功率时指标					最大牵引力时指标			滚动阻力 指 标	
			牵引 功率 N_T (马力)	牵引力 P_T (公斤)	速 度 V (公里/小时)	滑转 率 δ (%)	牵引 效率 η_T (%)	牵引力 P_T (公斤)	速 度 V (公里/小时)	滑转 率 δ (%)	滚动 阻力 P_f (公斤)	滚 动 系 数 f
TEF —20	三号叶轮 春耕水田	I	12.8	610	5.6	15.5	43.8	645	3.4	50	300	0.183
		II	12.6	480	7.2	12	43.1	580	4.3	14		
	夏耕水田	I	12.3	665	5.0	19	42	820	2.6	44	393	0.24
		II	12.55	465	7.25	9.9	43	825	3.6	12.5		
	四号叶轮	I	8.2	420	5.3	24	28	465	2.6	60	435	0.254
		II	10.5	400	6.9	20	35.9	460	3.7	45		
	五号叶轮 (双曲面 叶轮) 春耕水田	I	14.2	690	5.45	13	48.6	740	3.8	36	345	0.204
		II	11.7	525	5.90	10	40.0	550	4.8	10.2		
	夏耕水田	I	13.72	715	5.2	13.3	46.8	840	3.4	26	480	0.284
		II	10	375	7.2	6.7	34.0	460	4.5	7		
	春耕水田	I						1050			425	
								1040			348	
	笼式铁轮 夏耕水田	I	8.7	565	4.1	26.5	29.7	590	3.1	47.5	480	0.297
		II	11.5	460	6.6	12.0	39.7	550	3.7	23		
FE —35 热 托 —35	轮胎加 人字 防滑齿 夏耕水田	I	8.9	565	4.2	24.0	30.4	620	3.6	39	450	
		II	10.2	415	6.6	10.6	34.9	520	3.3	19		
	英制水田 附加轮 夏耕水田	I	2.8	215	3.54	21	9.55	330	4.1	24.4	450	
		II	3.65	200	4.93	18	12.55	270	5.0	40		
	双曲面 叶轮	I	13.86	620	6.03	8	48.7	690	4.9	10	450	0.287
		II										
	双曲面 叶轮	I	20.5	1520	3.64	15	49.6	1680	2.97	18	807	0.282

表 5 手扶拖拉机配各种水田轮的水田牵引性能〔9〕

手扶拖拉机 型 号	水 田 轮 型 式	档 速	牵 引 性 能 指 标					陷 深 (厘米)
			牵引力 P_T (公斤)	速 度 V (公里/小时)	滑转率 δ (%)	滚动阻力 P_f (公斤)	行走效率 $\eta_x = \eta_f \cdot \eta_\delta$ (%)	
东风—12手扶 拖拉机 (水稻沙壤土 水田上层较 软)	北方五号 塑料镶齿 水 田 轮	I	0	3.1	20	197	0	16~20
			100	2.8	28	208	23.4	
			150	2.5	37	208	26.4	
			200	1.9	54	164	25.2	
	北方八号 双曲面叶轮 (30°驱动 曲面)	I	0	3.8	3.5	190	0	15~24
			100	3.5	11	184	31.3	
			150	3.25	17	127	45	
			200	2.85	26.5	72	54	
	北方九号 三角齿轮	I	0	3.2	12	196	0	16~22
			100	3.05	15	242	24.8	
			150	2.95	17	200	35.6	
			200	2.85	21.5	142	46.0	
	北方十号 网 格 轮	I	0	2.8	24	158	0	17~23
			100	2.35	41	166	22.1	
			150	1.85	54	157	22.5	
			195	1.14	73.5	68	18	
	北方十一号 可变齿形 水 田 轮	I	0	2.7	9	203	0	14~20
			50	2.5	14	254	14.1	
			100	2.2	23	234	23	
			150	1.65	41	202	25.2	
	鸡东翻耙 两用水田轮	I	0	2.5	22	245	0	13~19
			50	2.25	29	217	13.3	
			100	2	40	176	21.8	
			150	1.3	62	124	20.8	

表 6 船式拖拉机配双曲面叶轮的水田牵引性能
原配星形轮

船式拖 拉机 型 号	水田轮型式	档 速	最大牵引功率时指标				
			牵引功率 N_T (马力)	牵 引 力 P_T (公斤)	速 度 V (公里/小时)	滑 转 率 δ (%)	牵引效率 η_T (%)
中山—10 3 型 (夏耕水 田稻槎)	双曲面叶轮 (30°)	I	5.22	500	2.82	18.80	52.16
		II	4.86	350	3.75	23.24	48.52
	原配星 形叶轮	I	4.36	520	2.27	21	43.1
		II	3.48	280	3.36	19.5	34.4
中山—104型 (夏耕水田 稻槎)	双曲面叶轮 (30°)	III	4.901	330	4.01	28.34	49.01
		IV	4.4	220	5.40	29.16	44
	原配星形叶轮	III	4.12	350	3.18	31.28	41.22
		IV	3.86	250	4.17	29.02	38.61
	直型波浪叶轮	III	4.01	350	3.09	33.30	40.05
		IV	3.76	250	4.06	31.28	37.59

注: 3型——第三代机型

4型——第四代机型, 变速箱档速经改进。柴油机标定马力为10马力, 牵引效率按此计算。

七、结 语

水田叶轮的轮叶是参与土壤相互作用的基本元件。轮叶驱动面是双曲面轮叶中的其中一个工作面, 是获得推力、承力作用的工作面。轮叶驱动面的几何形状参数对驱动轮的水田牵引性能有根本的影响。

本文提出确定轮叶驱动面几何参数的两个基本原则: 一是机械原理的共轭啮合基本定律, 要求轮叶驱动面一刺孔斜面这一对共轭啮合工作面啮合过程中节点位置不变, 啮合作用线压力角保持不变; 二是符合驱动轮的滑转运动规律和轨迹。本文提出以滑转率 δ 为最基本参数建立其他参数关系式。

本文对轮叶驱动面下述九个几何参数进行分析: 顶园、节园、基园、轮叶倾角、压力角、轮叶径向高、啮合线长、轮叶弧长及总长、一个轮叶从啮合开始到结束过程的轮子转角。

作者推导了下列八个方程式以建立轮叶驱动面几何参数与滑转率之间的关系:

1. 滑转率 δ 与节园半径 r 、顶园半径 r_0 的关系式

$$\delta = 1 - \frac{r}{r_0}$$

2. 轮叶倾角 γ 与滑转率 δ 的关系方程式

$$\delta = 1 - \frac{2 \sin \gamma - \operatorname{tg} \gamma}{\gamma}$$

3. 轮叶压力角 α 与滑转率 δ 关系式

$$\delta = 1 - \frac{\cos(\text{tg}\alpha) - \text{tg}\alpha \sin(\text{tg}\alpha)}{1 - \text{tg}^2\alpha}$$

将上述两式编程, 应用Casio·pro·fx-1程序电子计算器进行计算并绘出曲线, 得出交点(滑转率等于14.87%时, 轮叶倾角 γ 将与压力角 α 相等并等于 26.51°), 可作为最佳滑转率及相应最佳倾角、压力角值。

4. 基圆半径 r_g

$$\begin{aligned} r_g &= r \cos\alpha = r_o(1 - \delta)\cos\alpha \\ &= r_o \left[\frac{\cos(\text{tg}\alpha) - \text{tg}\alpha \sin(\text{tg}\alpha)}{1 - \text{tg}^2\alpha} \right] \cos\alpha \end{aligned}$$

5. 径向高 h

$$\begin{aligned} h &= h' + h'' \\ h' &= r_o\delta, \quad h'' = r_o(1 - \delta)(1 - \cos\alpha) \end{aligned}$$

6. 轮叶弧长 S , 通过积分求出。

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} r_g \text{tg}^2\alpha \theta \\ &= \frac{r_o^2 \sin^2\alpha}{r_g} \end{aligned}$$

7. 啮合线长 L 与压力角关系式

$$L = r_o \sin\alpha$$

8. 一个轮叶与土壤啮合过程轮子转角

$$\theta_A + \theta_{A2} = \frac{L}{r_g} + \gamma = \frac{r_o \sin\alpha}{r_g} + \gamma$$

对于压力角及倾角等于 26.51° 的轮叶来说, 轮叶从开始与土壤啮合至脱离接触的轮子转角可计算出为 60.08° 。这说明叶轮的轮叶数最少为六个, 可保证任何时刻都有轮叶与土壤啮合接触。

本文还列出多年来按上述原则设计的 30° 双曲面轮叶叶轮应用于轮式拖拉机、手扶拖拉机和船式拖拉机下水田进行的牵引试验资料。这些资料表明合理设计轮叶的驱动轮牵引效率在水田可达到48~54%, 而其他驱动轮牵引效率在水田只有10~43%。作者希望轮叶元件的设计改进能使轮式拖拉机在水田的牵引效率提高、增加牵引力、减少耗油率。轮叶几何参数的改进能使拖拉机节约5—9%的燃料, 这对节约能源是有其深远意义的。

本文设计了通过最近分析所得的最佳参数 26.5° 轮叶驱动面, 并与过去设计的 30° 倾角驱动面相比较, 并希望通过试验以进一步验证。

参 考 文 献

- [1] Aaron Deutschman, Walter J. Michels, Charles E. Wilson. : Machine Design Theory and Practice(1975)
- [2] J.E. Shigley, Mechanical Engineering Design(1979)
- [3] A.C. Bailey E.C. Bart and J.H. Taylor, Thrust-Dynamic Weight Relationships of Rigid wheels, I. The Effects of Soil and Wheel Surface, Trans. of the ASAE, Vol. 19, No. 1, 1976
- [4] D. Gee-Clough, W. Chancellor, Pull and Lift Characteristics of Single Lugs on Rigid Wheels in Wet Rice Soils, Trans. of the ASAE, Vol. 19 No. 3, 1976
- [5] M.G. Bekker, The Land Locomotion, 1956, Off The Road Locomotion, 1960, Introduction to Terrain-Vehicle Systems, 1969.
- [6] J. Y. Wong, A. R. Reece, Prediction of Rigid Wheel Performance Based on the Analysis of Soil-Wheel Stresses Part I, II, J. of Terramechanics, 1967, Vol. 4. No. 1, No. 2.
- [7] E. A. Nowatzki, L. L. Karafiath, General Yield Conditions in A plasticity Analysis of Soil-Wheel Interaction, J. of Terramechanics, Vol. 11, 1974 No. 1, P. 29-44
- [8] R. N. Yong, E. A. Fattah, Prediction of Wheel-soil Interaction and Performance Using the Finite Element Method, J. of Terramechanics, 1976, Vol. 13, No. 4.
- [9] 北京试点, 1974, 手扶拖拉机水田用行走装置田间报告。
- [10] 上海农科院农业机械化研究所, 1974, 上海1型机动水稻插秧机鉴定资料。
- [11] 湖北农机学院, 1979, 机耕船行驶原理及行走机构设计。1979年4月
- [12] 曾中坚, 1977, 水田叶轮轮叶倾角计算公式, 《拖拉机》(5), 25—27页。
- [13] 邵耀坚, 1964, 叶轮运动学及轮叶设计理论的探讨, 《农业机械学报》7(1), 1—19。
- [14] 吴树曦, 1977, 机耕船行驶力学分析, 机耕船理论讨论会论文。
- [15] 湖北农机学院, 1978, 机耕船的发展及其牵引性能分析。
- [16] 拖拉机研究所, 1978, 水田拖拉机试验研究。
- [17] 东北工学院机械制图—机械设计教研室, 1974, 机械零件设计手册。
- [18] 天津大学主编, 1979, 机械原理。
- [19] 田中孝, 1979, 田中孝教授讲学材料整理总结。
- [20] 樊映川, 1979, 高等数学讲义。
- [21] 广东省农机研究所, 1960年几种水田拖拉机的对比试验。

附录: Casio-Pro-Fx-1 电子计算器编程程序

Inclined angle and pressure angle with respect to rate of slip formu

la:

$$\delta = 1 - \frac{2 \sin \gamma - \tan \gamma}{\gamma}$$

$$\delta = 1 + \frac{\operatorname{tg} \alpha \sin (\tan \alpha) - \cos (\tan \alpha)}{1 - \tan^2 \alpha}$$

Memory content,

- | | |
|--|--|
| 1. γ or α angle period in degree | 6. γ in radian |
| 2. γ or α angle sum in degree | 7. $\tan \alpha$ in degree |
| 3. δ , With respect to γ | 8. $2 \sin \gamma - \tan \gamma$ |
| 4. δ , With respect to α | 9. $\tan \alpha \sin(\tan \alpha) - \cos(\tan \alpha)$ |
| 5. $\tan \gamma$ or $\tan \alpha$ | 0. $1 - \tan^2 \alpha$ |

Program: Program switch on "WRITE" mode

Power switch on "ON" mode

MAC

ENT 1:	4 steps
ST 2:	7 "
2 = 2 + 1:	13 "
5 = 2 tan:	18 "
6 = 2 + K57.29577952:	35 "
7 = 5 × K57.29577952:	52 "
8 = 2 sin × K2 - 5:	62 "
9 = 7 sin × 5 - 7 cos:	72 "
0 = 5 × 5 ± + K1:	82 "
3 = 8 ÷ 6 ± + K1:	92 "
4 = 9 ÷ 0 + K1:	101 "
ANS 3: 4:	106 "
GOTO 2:	109 "

Record on magnetic card, Program switch on "RECORD" mode, then "CHECK" mode

Compute, Program switch on "COMP" mode.

Procedure	Lamp	Key operation remarks
1		START
2	ENT 1	1 ENT
	ANS 3	$\delta(\gamma = 1^\circ) = 2.031428 \times 10^4$
3	ANS 4	ANS $\delta(\alpha = 1^\circ) = 1.523611 \times 10^4$
4	ANS 3	ANS $\delta(\gamma = 2^\circ) = 8.124551 \times 10^4$
5	ANS 4	ANS $\delta(\alpha = 2^\circ) = 6.101663 \times 10^4$
6	ANS 3	ANS $\delta(\gamma = 3^\circ) = 1.8285863 \times 10^3$
7	ANS 4	ANS $\delta(\alpha = 3^\circ) = 1.3754909 \times 10^3$
	Continue and repeat	
8...88	End of calculation	AC

ADVANCED ANALYSIS ON THE DESIGN OF GEOMETRICAL PARAMETERS OF THE BLADE-LUG FOR THE PADDY-FIELD WHEEL TRACTOR

SHAO YAOJIAN

(Department of Agricultural Machinery, SCAC)

SUMMARY

The blade (lug) of a blade-wheel is the basic element to interact with the soil. The driving profile of a double-curved-profile blade is the profile to obtain thrust and lift characteristics. It's geometrical parameters have highly significant effect on the mobility performance of the rigid wheel at wet paddy field.

In order to develop and to design the geometrical parameters of the driving profile, there are two fundamental principles that must be kept in mind. The first principle is the fundamental law of conjugate action between two meshing profiles. when two profiles are designed to produce a constant angular velocity ratio during meshing, they are said to have conjugate action. In order to transmit motion at a constant angular velocity ratio, the pitch point P must remain fixed, and the line of action must remain intersected the horizontal line at a constant pressure angle. The second principle is that the rolling motion and locus of any point of a slipping wheel must be used in developing the parameters of a blade.

The rate of slip of a slipping driving wheel is the main parameter which relates with all other geometric parameters of blades. It acts some thing like the 'module m' of a gear profile.

This paper analyses and deals with nine geometrical parameters of the driving profile of a blade. Those are,

Top circle	pitch circle
Base circle	Inclined angle
Pressure angle	Radial height of profile
Contact length	Arc length of profile
Rolling wheel angle within meshing	

The author derives the following equations to relate the nine parameters:

1. Rate of slip δ and radius of pitch circle r , radius of top circle r_0 :

$$\delta = 1 - \frac{r}{r_0}$$

2. The inclined angle (γ) equation

$$\delta = 1 - \frac{2 \sin \gamma - \operatorname{tg} \gamma}{\gamma}$$

3. The pressure angle (α) equation

$$\delta = 1 - \frac{\cos(\operatorname{tg} \alpha) - \operatorname{tg} \alpha \sin(\operatorname{tg} \alpha)}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

To compute the above two equations, the author develops his program using the Programmable casio fx-1 calculator, and obtains the value γ and α with respect to δ , and plots the curves of the above equations. The curves intersect at a point which represents optimum value of inclined angle and pressure angle with respect to the rate of slip ($\gamma = \alpha = 26.5\%$, $\delta = 14.87\%$).

4. Radius of base circle (r_g)

$$\begin{aligned} r_g &= r \cos \alpha = r_0 (1 - \delta) \cos \alpha \\ &= r_0 \frac{\cos(\operatorname{tg} \alpha) - \operatorname{tg} \alpha \sin(\operatorname{tg} \alpha)}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \cos \alpha \end{aligned}$$

5. The radial height (h)

$$h = h' + h''$$

$$h' = r_0 \delta$$

$$h'' = r_0 (1 - \delta) (1 - \cos \alpha)$$

6. The arc length of profile (s)

$$\begin{aligned} s &= \frac{1}{2} r_g \operatorname{tg}^2 \alpha_0 \\ &= \frac{r_0^2 \sin^2 \alpha}{2 r_g} \end{aligned}$$

7. Contact length (L)

$$L = r_0 \sin \alpha$$

8. The rolling wheel angle within meshing

$$\theta_A + \theta_{A2} = \frac{L}{r_g} + \gamma = \frac{r_0 \sin \alpha}{r_g} + \gamma$$

For a blade profile with 26.51° inclined angle and pressure angle, the rolling angle of wheel within meshing is 60.08° , and thus the minimum blades in one wheel are six. Six blades are sufficient to assure that

there is always a blade in meshing with the soil.

This paper lists out three tables of tractor test data which reveal the performance of 30° inclined angle blade wheel mounted on wheel tractors, riding tractors, and boat-type tractors. The data shows that the tractive efficiency of these three kinds of tractors with blade wheels are 48–54%, but for other wheels they are 10–43%.

The author designs the optimum geometrical parameters of 26.50° blade wheels and compares them with the parameters of the 30° blade wheels.

The author hopes that the advanced theoretical study of the driving profile of a blade will give the tractor more tractive efficiency, and thus increasing the tractor's pull and obtaining the higher fuel efficiency. The fuel saving will give from 5 to 9% for the paddy field wheel tractors.