

薄壁容器器体应力分析

蔡仕任

(农机系)

提 要

薄壁圆筒纵截面上的应力计算方法, 一般取筒壁上相距为 L 的两个横截面以及通过轴线的纵截面, 把这三个截面截出的部份取为自由体, 考虑它的平衡, 先求出内力, 再求应力 $[\sigma][\tau]$ 。本文应用代表一点的“单元体”上扩大受力状况, 直接分析纵截面上的应力, 计算简单而不需截取任何部份 $[\sigma]$ 。并由此推导出具有对称轴的一般薄壁容器的计算式。

在材料力学中, 我们对薄壁容器器体的应力计算, 都是以圆筒形薄壁容器为例, 这种器体上各点的应力相同, 而一般薄壁容器上各点的应力可以相同而又可以各不相同。本文对薄壁圆筒应力计算, 提出另一种方法, 并由此出发讨论一般容器的应力分析, 可以看到, 从薄壁圆筒引述一般薄壁容器, 而圆筒又包含在一般容器之中, 通过两类容器比较, 对它们的力学性能, 能进一步加深认识, 因为它们既有相似之处, 却又有明显的区别。

工程上用以承受气压或液压的容器 (如贮气罐、油罐、气缸套及锅炉等), 这类器体的壁厚 t , 远小于它的直径 D 时 (例如 $t < \frac{1}{20}D$), 称为圆筒形薄壁容器。容器内的气压或液压对筒底的作用, 引起与容器轴线垂直的横截面上产生拉应力 σ' , 由于对筒内壁作用, 引起通过圆筒轴线的纵向截面上的拉应力 σ'' , 如以圆筒的纵横方向从筒壁上取单元体 $ABCD$, 则这一单元体受到两个方向的拉伸 (图1)。

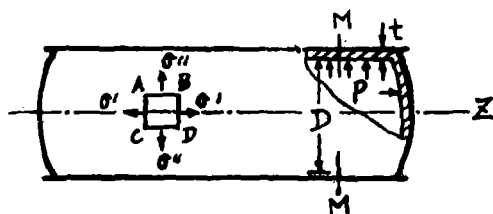


图1

为了求 σ' 及 σ'' , 把单元体 $ABCD$ 取出来, 以 l_1, l_2 分别代表单元体 AB 及 AC 边的长度, R 表示 AC 边的曲率半径, 则作用在单元体 AB 上的力为 $\sigma'' t l_1$, AC 面上的力为 $\sigma' t l_2$ (由于 t 很小, σ' 及 σ'' 沿壁厚可认为是均匀分布), $ABCD$ 内壁面上的作用力为 $p l_1 l_2$, 因为整个容器是平衡的, 故单元体 $ABCD$ 在各个力作用下也处于平衡状态, 因此各力向单元体表面的法线方向的投影之和应等于零 (图2)。

• 本文蒙邵耀坚教授指导, 谨表谢意。

$$\Sigma N = 0 \quad \text{即 } 2\sigma'' t l_1 \sin \frac{\theta}{2} - p l_1 l_2 = 0$$

$$\text{因为 } \theta \text{ 很小, } \sin \frac{\theta}{2} = \frac{\theta}{2} = \frac{l_2}{2R} \quad R = \frac{D}{2}$$

$$\text{代入即得} \quad \sigma'' = \frac{Dp}{2t}$$

取园筒横截面M-M, 考虑右部份平衡

$$\text{则 } \pi D t \sigma' = p \frac{\pi D^2}{4}$$

$$\text{得 } \sigma' = \frac{Dp}{4t}$$

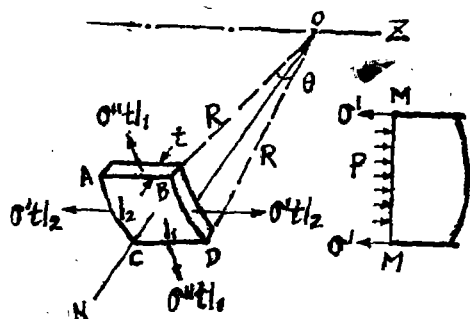


图2

以上的 σ' 及 σ'' 就是薄壁园筒上的两个拉应力。

若容器不是园筒形, 而是一个具有对称中心线的园锥形壳体, 同样把单元体ABCD取出来, 由于壳体壁厚 t 很小, 壳体曲面又比较缓和, 因此拉应力沿壁厚也可以认为是均匀分布的(图3)。

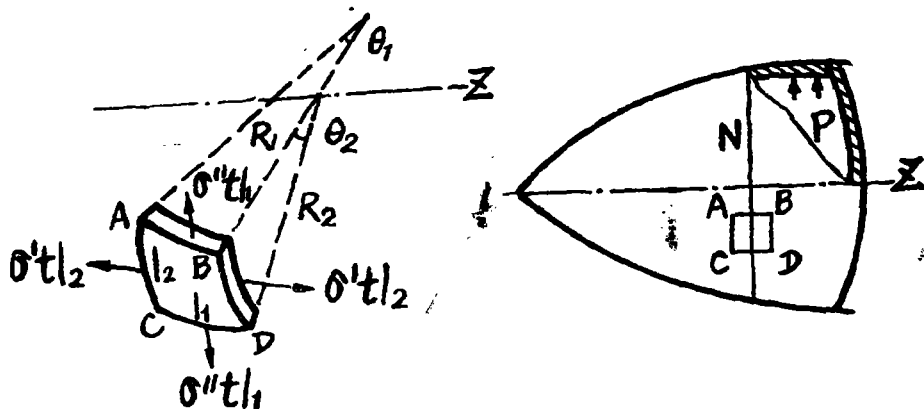


图3

则投影方程式为:

$$2\sigma' t l_2 \sin \frac{\theta_1}{2} + 2\sigma'' t l_1 \sin \frac{\theta_2}{2} - p l_1 l_2 = 0$$

$$\sin \frac{\theta_1}{2} = \frac{l_1}{2R_1} \quad \sin \frac{\theta_2}{2} = \frac{l_2}{2R_2}$$

代入化简得:

$$\frac{\sigma'}{R_1} + \frac{\sigma''}{R_2} = \frac{p}{t} \quad (a)$$

(a) 式是表明 σ' 和 σ'' 的关系, 还无法求出 σ' 或 σ'' 。为了求 σ' 及 σ'' , 取单元体ABCD表面法线N与Z轴正交地绕在容器的表面上, 沿绕法线取一个横截面, 此圆形横截面把器体分为左右两部份, 考虑左部份平衡 (图4):

$$\text{则 } \pi D t \sigma' \cos \phi = \frac{p \pi D^2}{4} \quad (b)$$

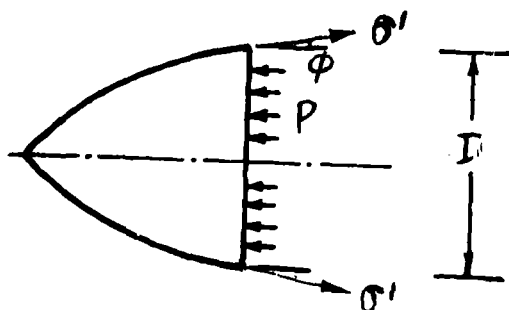


图4

由 (a) (b) 两式可以计算一般薄壁器体上任一点的应力 σ' 及 σ'' , 也就是薄壁容器的应力计算式。

在特殊情况下, 例如求直径为D的薄壁圆筒的应力:

$$\text{在圆筒形容器中 } R_1 = \infty \quad R_2 = \frac{D}{2}$$

$$\text{由 (a) 式 } \frac{\sigma'}{\infty} + \frac{\sigma''}{D/2} = \frac{p}{t} \quad \text{即 } \sigma'' = \frac{pD}{2t}$$

$$\text{由 (b) 式 } \pi D t \sigma' = p \frac{\pi D^2}{4} \quad (\phi = 0)$$

$$\text{即 } \sigma' = \frac{pD}{4t}$$

这和上面的 σ' 及 σ'' 完全相同。

又例如求直径为D的圆球形容器的应力:

$$\text{在球形容器中 } R_1 = R_2 = \frac{D}{2} \quad \text{而 } \sigma' = \sigma'' = \sigma$$

$$\text{由 (a) 或 (b) 都可得 } \sigma' = \sigma'' = \sigma = \frac{pD}{4t}$$

参考文献

- [1] 朱城:《材料力学》, (上册) 34, 高教出版社, 1958年。
- [2] 苏翼林:《材料力学》, (上册) 11—12, 高教出版社, 1984年。
- [3] Robert W, Fitzgerald, Mechanics of Materials(second edition, 1982)P.304—308.
- [4] Willems/Easley/Rolfe, Strength of Materials(1981)P.248—249.

ANALYSIS ON THE STRESS OF BODIES OF THIN SHELL CONTAINER

Cai Shiren

(Department of Agricultural Machinery)

ABSTRACT

The conventional method of calculation on the stress of any thin shell cylindrical containers is to take the internal force of free body with three sections, two cross sections in length L and one longitudinal section through Z -axis. The stress can be calculated by applying the law of statics, but it is rather complicated.

This paper suggests a method to analyze the stress of thin shell container directly on an element of it, without cutting any section from the container. Equations may be derived in a simple and direct way on any thin shell containers with symmetrical axis.