华南农业大学学报 7（1）1986
South China Agric. U.

Weibull曲线拟合方法的研究*

——优选法在拟合植物病害流行方程的应用

王振中　林孔勋

（植保系）

提　要

利用最小平方和法确定拟合Weibull方程的目标函数，这种函数具有单一的最佳值，应用优选法可以拟合出理想的植物病害流行方程。文中较详细地介绍了直接爬山法、逐步收缩法（分数法）和对分法实现优选的过程，这些过程都可以拟合出由目标函数决定的最佳方程。

前　言

Weibull方程在植物病害流行的分析中，具有重要作用，其主要特点，是在于它的可塑性强。因此，该方程既可用于单利式病害流行过程的描述，也可以用于描述复利式病害的流行过程[5]。但是，由于方程的待定参数较多，使拟合方程的过程有较大的困难。Pennypacker等人[5]曾利用极大似然法估计其标度参数b和形状参数c，而位置参数a则利用最小二乘法迭代求得，所有参数都要逐步精确化。但这种方法的实现过程也未见详细介绍，这给利用Weibull方程带来一定的困难。

本文的目的，便在于探讨Weibull方程的优选法拟合过程。

目标函数类型

Weibull方程的数学式为[5]：

$$y=1-\exp\{-[(t-a)/b]^c\} \quad\cdots\cdots(1)$$

式中，a为位置参数，b为标度参数，c为形状参数。且$a>0$，$b>0$，$c>0$，$t>a$。

在曲线拟合中，我们的目的是寻找一条与实验数据尽可能接近的方程，即是要使其剩余平方和：$Q=\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)^2$ 的值达到最小。因此，本法以下式作为目标函数，当

* 本校范怀忠教授、李郁治老师，广东省农科院周亮高研究员审阅全文并提宝贵意见，华南工学院数力系陈世雄老师对本法的改进提了建设性意见并审阅全文，均此谨致谢忱。

下式的值为最小时，所得的方程为最佳方程。

$$Q=\sum_{i=1}^{n}\left\{y_i-1+\exp\left[-\left(\frac{t_i-a}{b}\right)^c\right]\right\}^2 \cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

显然，在多维空间中，Q是由t_i，y_i所决定的a，b，c的函数。

整理式（1），可得到其等价式：

$$\ln[-\ln(1-y)]=c\ln(t-a)-c\ln b \cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

式（3）左边的值由y值决定，不妨设：

$$Y=\ln[-\ln(1-y)]$$

另外，对应于一定的a值，$\ln(t-a)$的值由t值决定，于是设：

$$X=\ln(t-a)$$

并设：　$d=-c\ln b$

于是式（1）可以化为等价的线性方程形式：

$$Y=cX+d$$

对应于一定的a值，可由上述关系应用最小二乘法原理求得c，d值：

$$c=\Sigma(Y-\overline{Y})(X-\overline{X})/\Sigma(X-\overline{X})^2$$

$$d=\overline{Y}-c\overline{X}$$

并且由$b=\exp(-d/c)$可求得对应的b值。

因此，在目标函数（2）中，由于t_i和y_i是实验数据，是确定的，而b、c又是由t_i、y_i所决定的a的函数，则Q值的变化依赖于a值的变化。

确定目标函数Q的形状，是利用优选法寻找最佳方程的前提。显然，分析Q的导函数：$\frac{dQ}{da}=0$这样一条方程的解的情况，可以确定标目函数Q的大致形状，但是，由于函数b（a），c（a）的存在，导函数$\frac{dQ}{da}$的形状也难于分析。

实际上，由式（2）所决定的目标函数Q即为优选法中常遇到的最小平方和的形式[2][3][4]。由于b、c为a所决定，则Q为a的一元函数，在这种情况下，Q是有单一峰值，即最小值存在的[2][3][4]。

优选过程的实现

本文较详细地讨论实现优选的三种方法，即直接爬山法、逐步收缩法和区间对分法。

（一）直接爬山法[1][2][4]

以0作为a的初值，以一定的步长搜索前进，并以每一步Q值的变化作为前进的指导。当Q值开始增大时，a退回两步长，新的步长定为原步长的1／5，再搜索前进。

当Q值又开始增大时，a再退回两步长，新的步长再定为原步长的1／5， 重复上述过程。当步长小于一定的阈值时，过程结束。

由于在Q值有上升趋势时即退回两倍步长，本法保证了每一次使用新步长的起点都在峰的左侧，从而不会丢失最佳点。

（二）逐步收缩法（分数法）[1]

过程开始时把a的取值范围定在〔0、t_0〕间，把此区间分为n等分，计算各点的Q值，在这些Q值中找出最小点，然后将a的取值范围收缩在Q最小点左右两等分区间内，再将此新的区间n等分，重复上述过程。当区间的长度达一定的阈值时，a值定于区间中间，计算各参数，过程结束。

本法所采用的区间收缩办法保证了最佳点永远在区间之内。

使用此法时，由于允许的误差不同，随不同数据的t_0值，区间内n等分的n值也要求不同，一定的t_0值应有相对应的n值，才能保证优选过程进行得最快。我们在使用此法时，在程序中加设了一个选择n值的子程序，从而保证优选速度。

（三）区间对分法

本法初始区间定为〔0，t_0〕，在区间中点应用微分法[4]求$\frac{dQ}{da}$的符号，确定目标函数在该点的升降趋势。若$\frac{dQ}{da}<0$，即Q值在该点的变化趋势为下降，则取原区间的右边一半为新的区间，反之，新区间则置于原区间的左边一半。在此新区间的中点再应用微分法。重复上述过程，至区间的长度达一定的阈值后，a置于区间中点，计算各参数，过程结束。

结 论 和 讨 论

本文讨论的Weibull拟合方法应用了优选法原理，有明确的目标函数，优选过程有明确的目的性。

在目标函数的多维系统中，我们采用了由a值所决定的b，c的线性关系，从而把多维优选过程简化为一维优选过程，加快了对最佳结果的逼近。

本文较详细地介绍了Weibull拟合优选法的三种实现过程。在直接爬山法和逐步收缩法中，采用了必要的措施，保证优选过程顺利进行。在区间对分法中，我们吸取了求解方程的对分法[3]和优选法中的微分法[4]原理，保证了目标函数最佳点的顺利寻找。

文中所介绍的几种优选过程均较简单，但可能不是最好的方法，其它一些方法如黄金分割法等[4]，也值得探讨。此外，本文中b、c参数具有a的先天性约束条件，对于非约束性变化的多维寻优方法，有待进一步研究。

本文介绍的weibull曲线拟合法合乎逻辑，过程简单，在描述植物病害流行方程的拟合方面，有较大的使用价值。

参用文献

〔1〕邓乃扬等：《无约束最优化计算方法》，14～24，科学出版社，1982年。

〔2〕南京大学数学系计算数学专业：《最优化方法》,47～78,111～115,科学出版社,1978年。

〔3〕聂铁军：《计算方法》，252～254、355～365，国防工业出版社，1982年。

〔4〕尤云程译：《优选法基础》，4～6，173～242，科学出版社，1978年。

〔5〕Pennypacker,S.P.,knoble,H.D.,Antle,C.E.,and Madden, L. V. 1980. A flexible model for studying plant disease progression. Phytopathology 70, 232—235.

A STUDY ON FITTING METHOD OF WEIBULL EQUATION: APPLICATION OF OPTIMUM SEEKING METHOD TO THE FITTING OF THE PROGRESSIVE CURVE OF PLANT DISEASE

Wang Chenchung Lin Kunghsun

(Department of Plant Protection)

ABSTRACT

The parameters of Weibull equation, $y=1-\exp\{-[(t-a)/b]^c\}$, can be easily estimated by using an optimum seeking method. The target function is

$$Q=\sum_{i=1}^{n}\left\{y_i-1+\exp\left[-\left(\frac{t_i-a}{b}\right)^c\right]\right\}^2$$

Linear method was used first to Simpify the function Q as a function of a (the target variable). Using optimum seeking method by varying a, the optimum estimation of the parameters can be obtained.

Three procedures for realizing the optimum seeking metihod, elimbing method, fractional method and interval halving method, were described in detail.