# 昆虫种群生命系统研究的状态方程

# 庞雄飞 梁广文 尤民生\* 吳伟坚

(昆虫生态研究室)

## 提 要

应用状态空间法研究系统的控制,不仅有利于把系统划分为若干组分或子系统 对各种因子分别进行动态描述,同时更好地解决多输入和多输出的研究技术,因而有可能 成 为 种群生命系统控制研究的重要手段。本文拟通过网络模型着重讨论适应于昆虫 种 群 研究的状态空间方程的建立问题。

关量词 状态空间法; 网络模型; 种群生命系统

在种群生态学中的 Geier<sup>[8]</sup>,Clark et al.<sup>[7]</sup>提出了种群生命系统的概念,并认为 "生命系统由一个对象种群和影响对象种群的环境所组成"。"影响对象种群的环境包括全部作用于种群的外界因子,其中包括人类的活动在内"。Ruesink<sup>[14]</sup>认为,"昆虫学研究昆虫,系统科学研究系统。……生命系统的概念……对应用昆虫学家看来是一个值得重视的起点"。随着系统科学在种群生态学应用的 发 展,Hughes et al.<sup>[10]</sup>进一步阐明,"生态学家通常把种群看成是占领一个特定空间的同种个体的组合。生命系统研究把作用于对象种群的环境作为系统的空间外界"。与此同时,还详细综述了种群生命系统的研究方法。庞雄飞等<sup>[4]</sup>认为,生命系统的概念为系统论和控制论在种群生态学的应用打下了良好的基础,同时也讨论了昆虫种群生命系统的研究方法问题。

关于种群生命系统的研究方法, Hughes et al、[10] 着重总结与生命系统有关的种群生态学方法的已有成果。庞雄飞等(1986)着重讨论种群生命系统的数学模拟。本文在这基础上进一步讨论现代控制论的状态空间法在种群生命系统控制研究的应用问题。

现代控制论"以状态空间方法以主,研究系统状态的运动规律,并按照要求的各种指标为目标来改变这种运动规律"<sup>[1]</sup>。种群生命系统的目标是研究种群的数量预 测 和数量控制。影响种群数量动态的因子是多种多样的。即使优先选择一些重要因子和关键因子进行研究,同样要求解决多因子共同作用于对象种群的综合影响,特别 是 生 物 因子,还要求解决其相互依存、相互作用的复杂问题。状态空间法不仅有利于把系统划分为若干组分或子系统对各种因子分别进行动态描述研究,同时更好地解决多输入和多输

 尤民生現在福建农学院工作 1987年10月12日收稿 出的研究技术,因而有可能成为种群生命系统控制的重要研究方法。

应用状态空间法研究种群的实例不多。在人口发展过程的定量研究中所发展的生命表方法、Leslie 矩阵模型(离散人口发展方程)等,为状态空间法应用于种群研究打下了基础。随着控制论的发展,这个方法也被应用于研究人口问题。宋健、于景元<sup>[2]</sup>在《人口控制论》中应用控制论方法研究中国人口发展过程,提出了人口控制的方案。这对种群生命系统控制的研究起着启迪的作用。在人口控制中,出生、死亡、迁移和时间的推移是直接影响人口状态变化的因素。这四个因素中,年龄的变化,时间的推移,死亡的缓慢降低属于无法直接加以控制的参数,称为受控变量,婴儿的出生率或妇女平均生育率,妇女生育年龄等参数则是可以施加控制的参数,称为控制变量<sup>[2]</sup>。受控变量与控制变量的区分,对研究系统的控制具有普遍的意义。对害虫种群生命系统控制看来,通过深入研究,出生率和生育前的死亡,应该成为控制变量。状态空间法有助于研究这个关键性的问题。

## 一、状态空间表达式

状态空间表达式是研究系统控制的框架,是状态空间法的基础。其基本模型表达如下(图1,方程1,2)。

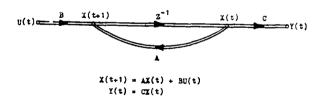


图 1 状态空间表达式的信流图 其中, $Z^{-1}$ 代表一个单位的时间延滞;其他解释如文。

与图 1 相对应, 状态空间表达式的状态方程(1)和输出方程(2)表述如下:

$$X (t+1) = A X (t) + B U (t)$$
 ......(1)  
 $Y (t) = C X (t)$  ......(2)

在上面的信流图(图 1)和状态空间表达式(方程 1, 2)中, X为状态向量(系统输入的n维向量); A为系统矩阵(表示系统内部联系的 $n \times n$ 方阵); U为控制向 量(r维输入向量); B为控制矩阵(表示对系统施加控制的 $n \times r$ 矩阵); C为输 出 矩 阵(表示输出的 $m \times n$ 矩阵,如只有单输出,可为  $1 \times n$ 的列 阵); (t), (t+1)表示时间, X (t) 通过一个单位时间后转变为 X (t+1)。

下面将分别讨论适应于昆虫种群生命系统控制研究的状态空间表达式的建立方法。

# 二、网络模型与矩阵方程

随着现代控制论的发展,状态空间法也被引入网络理论之中。Anderson, Vongpanitlerd<sup>1 ® 1</sup>曾经分析,"控制理论与网络理论在历史上是紧密地联系在一起的。因为这两个领域中所使用的研究问题的方法经常是很相似的,或者是相同的"。同时也特别强调状态概念,并通过状态方程对系统进行描述的方法来研究网络。"将状态变量引入网络分析与综合之中"。Lewis<sup>[13]</sup>以状态空间的基本概念作为基础,通过直观的网络模型建立状态方程。庞雄飞<sup>[3]</sup>曾经应用方框图形式的信流图网络模型,根据马尔柯夫链及马尔柯夫概率矩阵方程的特点讨论种群矩阵模型的组建问题。并认为通过网络模型建立种群矩阵模型,对初学者来说,是一个简易的方法。

庞雄飞<sup>[3]</sup>建立的是射影矩阵、因而状态变量i至状态变量i的转移关系标记为P;,本文以信流图形式的网络模型描述状态间的转移关系,状态变量i至状态变量i的转移关系标记为a;,这将便于与状态方程的描述联系在一起。例如,具有四个状态变量的网络模型表达如下(图 2)。

如果图 2 的网络模型符合马尔柯夫过程的特征,即状态变量的转移关系是连续的, 状态转移时间是齐一的,则可按照状态变量 及其转移关系的标记,直接写出下面的马尔 柯夫概率矩阵模型(方程 3)。

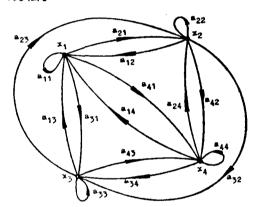


图 2 具有四个状态变量的网络模型 其中; X □ 与状态变量: a; □ 为状态转移关系。

这个简易方法可以作为建立状态空间表达式的基础。

# 三、状态变量与系统矩阵

状态变量是指足以完全表征系统运动状态的最小个数的一组变量。在图 2 及 方 程 (3)中,由  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$ ,  $X_4$ 四个状态变量组成状态向量,  $4 \times 4$  方阵为系统矩阵  $A_{\bullet}$ 

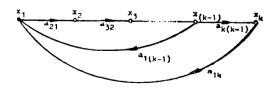


图 3 生物种群的网络模型 其中:X<sub>1</sub>为年龄状态变量,a<sub>1</sub>1为状态转移关系 (i=1、2, 3, ....., k-1;: j=i+1)

任何一种生物种群,随着时间推移,从幼期继续成长,至成熟而产生后代,同时在成长过程中不可避免地夭折和死亡。作为一个种群,可以按下面的网络模型进行描述(图3)。

据图3,可得下面的生物种群矩阵模型(方程4)。

$$\begin{cases}
X_{1} & (t+1) \\
X_{2} & (t+1) \\
X_{3} & (t+1)
\end{cases} = \begin{cases}
0 & 0 & 0 & \cdots & a_{1}(k-1) & a_{1k} \\
a_{21} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
0 & a_{32} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{cases} \begin{pmatrix}
X_{1}(t) \\
X_{2}(t) \\
X_{3}(t) \\
\vdots \\
X_{k-1}(t) \\
X_{k}(t)
\end{pmatrix} \cdots (4)$$

方程(4)为Lewis(1942)和Leslie(1945)描述的种群矩阵模型。在种群生态学中常常称为Leslie种群矩阵模型或Lewis-Leslie种群矩阵模型。如以 X (t+1)表示时间为t+1时的列向量, X (t)表示时间为t时的列向量, A代表转移矩阵(系统矩阵),则公式(4)可表示为:

$$X(t+1) = AX(t)$$

如果各年龄组状态是按等距的时间划分的,则该矩阵模型具有如下的特征:

$$X (t+1) = A X (t),$$
  
 $X (t+2) = A X (t+1),$   
 $X (t+3) = A X (t+2),$ 

Leslie 种群矩阵模型在种群生态学中应用甚广。随着电子计算机的普及应用,该模型常常为种群数量预测和管理模型的框架。

昆虫的不同发育阶段(例如卵、幼虫、蛹、成虫)在形态上有明显的区别,不同发育期(例如幼虫的各龄)也常常容易找出区别性特征。这对野外调查是方便的,可以直接记录种群内部的虫期数量结构。然而,不同发育阶段及不同虫龄的历期往往是不一致的。以发育阶段或虫龄为基础划分的虫期组,往往属于不等期年龄组。下面将讨论不等期年龄组的种群矩阵模型的组建问题。

设卵期(E)的历期为mt,幼龄幼虫(S)的历期为nt,大龄幼虫(L)的历期为pt,蛹(P)历期为qt,成虫(A)历期为rt。则其网络模型可描述如下(图4)。

图 4 标记状态转移时间的昆虫种群网络模型 (符号解释如文)

、按照图 4, 当mt = nt = pt = qt = rt时,则有下面的矩阵方程(方程 5)。

$$\begin{cases}
X_{E} (t+1) \\
X_{S} (t+1) \\
X_{L} (t+1) \\
X_{P} (t+1) \\
X_{A} (t+1)
\end{cases} = 
\begin{cases}
0 & 0 & 0 & 0 & a_{A} \\
a_{E} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & a_{S} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & a_{L} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & a_{P} & 0
\end{cases} 
\begin{cases}
X_{E} (t) \\
X_{S} (t) \\
X_{L} (t) \\
X_{P} (t) \\
X_{A} (t)
\end{cases}$$
.....(5)

如果mtキntキptキqtキrt,则可将年龄组继续细分,即按每一时间增量为单位细分为若干小组。例如卵期细分为m个小组,幼龄幼虫期细分为n个小组等,使全部细分后的小组的期距均为1个时间增量,其转移关系也相应地取得一致。以小组为单位组成网络模型(图5)。

上面描述的是以每一时间增量为 间距划分的昆虫种群矩阵模型的框架 结构。遗留的问题是如何处理状态变 量及状态转移关系。

关于状态变**量,**把以虫期划分为 状态扩展为以一个时间增量划分为状态后,选择下面的方式进行设计可能 **是恰当的。** 

 $1^0$ 简易的办法是假设同一虫期内不同状态的数量是均匀分布的。例如卵历期为mt,卵期的每一状态的数量可设计为 $\frac{1}{m}$   $X_{8}$ ; 幼龄虫 历 期为nt,则幼虫期的每一状态的 数 量可 设 计为, $\frac{1}{n}$   $X_{8}$ ……。即,

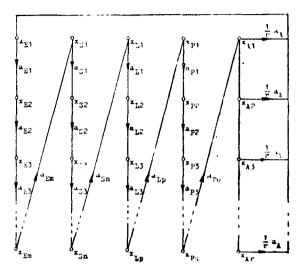


图 5 昆虫种群不等期年龄组的网络模型 其中: X<sub>E1</sub>, X<sub>E2</sub>, X<sub>E3</sub>, ..., X<sub>Em</sub>; X<sub>S1</sub>, X<sub>S2</sub>, X<sub>S3</sub>, ..., X<sub>Sa</sub>,... 为X<sub>E</sub>; X<sub>S</sub>; ... 细分的状态变量: a<sub>E1</sub>, a<sub>E2</sub>, a<sub>E3</sub>, ..., a<sub>Em</sub>; a<sub>S1</sub>, a<sub>S2</sub>, a<sub>S3</sub>, ..., a<sub>So</sub>... 为 a<sub>E3</sub>a<sub>S3</sub>... 细分的状态变量转移关系: X<sub>A1</sub>, X<sub>A2</sub>, X<sub>A3</sub>, 之间的转移关系设计为 1。 对X<sub>E</sub>转移关系设计为 1 a<sub>A</sub>

$$X_{E} = X_{E_{1}} + X_{E_{2}} + \dots + X_{E_{m}} = \frac{1}{m} X_{E} + \frac{1}{m} X_{E} + \dots + \frac{1}{m} X_{E_{3}}$$

$$X_{S} = X_{S_{1}} + X_{S_{2}} + \dots + X_{S_{n}} = \frac{1}{m} X_{S} + \frac{1}{m} X_{S} + \dots + \frac{1}{m} X_{S_{3}}$$

$$X_A = X_{A1} + X_{A2} + \dots + X_{Ar} = \frac{1}{r} X_A + \frac{1}{r} X_A + \dots + \frac{1}{r} X_{A3}$$

2° 如果要求更为准确,认为同一虫期 (i) 内不同状态的数量分布不均匀,在了解 其分布概率的基础上,按照概率分布划分状态变量。即:

$$X_{i} = X_{i_{1}} + X_{i_{2}} + X_{i_{3}} + \cdots = p_{1}X_{i} + p_{2}X_{i} + p_{3}X_{i} + \cdots$$

$$P_{1} + P_{2} + P_{3} + \cdots = 1$$

例如, 卵期的状态变量为:

$$X_B = X_{E_1} + X_{E_2} + \dots + X_{E_m} = P_1 X_E + P_2 X_E + \dots + P_m X_E;$$
  
 $\sharp \Phi_1 = P_1 + P_2 + \dots + P_m = 1.6$ 

据图5,可得下面的矩阵模型(方程6)

$$\begin{pmatrix} c_{F1}(t+1) \\ c_{F2}(t+1) \\ c_{F3}(t+1) \\ c_{F3}(t+1)$$

关于状态的转移关系,除成虫期外, 其他各虫期 (i) 细分为 K 个状态后 的 转 移关系的网络模型描述如图 6,选择下面 的方式设计可能是恰当的。

$$\circ_{\stackrel{a_{11}}{x_{11}}} \circ_{\stackrel{a_{12}}{x_{12}}} \circ_{\stackrel{a_{19}}{x_{13}}} \cdots \circ_{\stackrel{a_{1k}}{x_{1k}}}$$

图 6 各虫期(i)细分为k个状态后的转移关系

1° 如果认为各虫期于最后的时刻才 出现死亡,即: a;1=a;2=a;3=…=1, a;1:a;,则在方程(6)内的子阵将为;

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_i \end{bmatrix}$$

 $2^{\circ}$ 如果认为各虫期在任何时刻的死亡机率是相等的,即, $a_{11}=a_{12}=a_{3}=\cdots=a_{11}$ =  $(a_{11})^{1/6}$ ,则在方程(6)中的子阵将为:

$$a_{\underline{i}} = \begin{bmatrix} (a_{\underline{i}})^{1/k} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & (a_{\underline{i}})^{1/k} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & (a_{\underline{i}})^{1/k} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & (a_{\underline{i}})^{1/k} \end{bmatrix}$$

3°如果该虫期的死亡机率按特定的概率分布,即:

$$a_{11}=(a_{1})^{1/P_{1}}, a_{12}=(a_{1})^{1/P_{2}}, a_{13}=(a_{1})^{1/P_{3}}, \dots, a_{1k}=(a_{1})^{1/P_{k}},$$

$$\frac{1}{P_{1}}+\frac{1}{P_{2}}+\frac{1}{P_{3}}+\dots+\frac{1}{P_{k}}=1$$

在方程(6)中的子阵将为,

$$\mathbf{a_{i}} = \begin{bmatrix} (\mathbf{a_{i}})^{1/P_{1}} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & (\mathbf{a_{i}})^{1/P_{2}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & (\mathbf{a_{i}})^{1/P_{5}} \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & (\mathbf{a_{i}})^{1/P_{k}} \end{bmatrix}$$

上述的处理方式可按种群生物学的逻辑、所获得的数据和试验目的进行选择。在信流图中,按梅逊(Mason)增益公式计算,这几种处理的总传输是一致的。但由 于各虫态的状态变量处理方式不同,也会产生不完全相同的结果。因为,各虫态数量在细分为各状态变量之前,把每一虫态的全部个体数看成是刚进入该虫态的虫数,细分为各状态变量后,个体数被划分为进入各状态的起始虫数。不同处理方式输入的起始虫数的总数虽然相等,但其发育历期不同,这是引起差异的原因。在自然种群中,各虫阴的个体的发育历期不完全一致。细分为各状态变量所得出的结果,应该是更能反映实际情况的。同样,不同方式细分的状态转移系数也以按其实际分布概率划分的更为 准 确。除 此以外,还有其他处理方式。例如徐汝梅等(1981)的变维矩阵处理,齐心等(H. Chi,1985)的生命表调查方法等,也提供宝贵的参数。

# 四、控制向量与控制矩阵

前面在 Leslie 种群矩阵模型的基础上讨论状态向量和系统矩阵,构成了适应于昆虫种群生命系统的描述。当研究系统的控制时,有必要把各类因子的作用与种群的状态及 其转移关系联系起来。加入控制向量和控制矩阵是输入边界因子作用的巧妙的设计方式。

宋健、于景元 $^{1/2}$ 1在研究人口控制的状态空间表达式中,把控制 向 量 $^{1/2}$ 1在研究人口控制的状态空间表达式中,把控制 向 量 $^{1/2}$ 1、设 计 与输入向量  $^{1/2}$ 1、相同的向量,即 $^{1/2}$ 1(t) =  $^{1/2}$ 2、把 控 制 矩 库设计为与系统矩阵同样维数的方阵。这对种群生命系统控制研究是有参考价值的。种群的系统矩阵是由各状态

的存活率和生殖力组成的。边界因子对系统矩阵内的每一个转移系数都可能发生影响。 以种群数量预测和控制作为研究目标的控制向量和控制矩阵,采用这种形式进行设计, 也将带来工作上的便利。为了便于说明,这里以划分为五个状态变量并假设状态同时转 移的种群作为例子。其边界因子的控制作用表达如下(图7)。

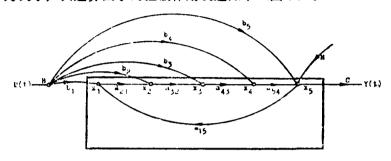


图7 边界因子对种群生命系统的作用(解释如文)

在图 7 中,方框的内部为种群生命系统,方框为系统的空间边界。控制 向 量 U(t)输入控制矩阵 B 并分别以b<sub>1</sub>,b<sub>2</sub>,b<sub>3</sub>,b<sub>4</sub>,b<sub>5</sub>对系统矩阵 A 起着控制作用。b<sub>i</sub>是通过对系统的相应组分产生的变化实现的。由此可得下面的状态方程(方程 7)。与此同时,对昆虫来说,成虫迁移常常是不可忽视的因素,因而在状态方程中补充成虫迁移向量和成虫迁移量 N。

$$\begin{vmatrix} x_1 & t+1 \\ x_2 & (t+1) \\ x_3 & (t+1) \\ x_4 & (t+1) \\ x_5 & (t+1) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & a_{15} \\ a_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{32} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{43} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{54} & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_5(t) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_5 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ u_3(t) \\ u_4(t) \\ u_5(t) \end{vmatrix} + y \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

## 五、输 出 方 程

在图 7 中, 系统通过矩阵 C 而产生输出。对害虫来说,可以通过矩阵 C 而实现害虫数量与产量损失的转换。如果仅要求输出为各期的总虫数,其输出方程为(方程 8)。

$$Y(t) = C X(t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 & (t) \\ X_2 & (t) \\ X_3 & (t) \\ X_4 & (t) \\ X_5 & (t) \end{bmatrix} \dots (8)$$

状态方程(方程7)与输出方程(8)构成状态空间表达式,适应于研究昆虫种群 生命系统的控制。

关于状态方程在昆虫生群生命系统控制的应用,另文将以蜘蛛对稻纵卷叶旗的数量 控制作为实例进一步讨论。

#### 引用文献

- (1) 刘豹。现代控制论。北京。机械作业出版社,1983
- (2)宋健,于景元。人口控制论。北京、科学出版社,1985
- (8) 庞雄飞.华南农学院学报,1987;2(2):75-91
- (4) **庞雄飞**,梁广文,尤民生。昆虫天敌,1986;8(3),176—186
- (5)徐汝梅, 刘来福。生态学报, 1981; 1(2): 147-158
- (6) Anderson, B. D. O., S. Vongpanitlerd 1973 Network Analysis and Synthesis, a Mordern theory Approach. Prentice-Hall, Inc. (董达 生, 盛 剑 桓译 1981 网络分析与综合, 一种现代系统理论研究方法, 人民教育出版社)
- (7) Clark, L. R., P. W. Geier, R. D. Hughes, R. F. Morris 1967 The Ecology of Insect Population in Theory and Practice. Methuen, London
- (8) Geier, P. W. 1964. Population dynamics of codling moth, Cydia pomcnella (L.), in the Australian Capitol Territory. Aust. J. Zool. 12, 381-416
- (9) Huffaker, C. B., R. L. Rabb 1984 (eds.) Ecological Entomology John Wiley and Sons. New York
- (10) Hughes, P. D., R. E. Jones, A. P. Gutierrez 1984 Short-term Patterns of Population Change. The Life System Approach to Their study (in Huffaker et al.)
- (11) Leslie, P. H. 1945 On the Use of Matrices in Certain population mathematices. Biometrika. 33: 183-212
- (12) Lewis, E. G. 1942 On the generation and growth of a population. Sanhya. 6: 93-96
- (13) Lewis, E. R. 1977 Network Models in Population Biolgy. Springer-Verlag.

  New York
- (14) Rucsink, W. G. 1976 Status of the Systems Approach to Pest Management.

  Ann. Rev. Entom. 21, 27-44

#### STATE-SPACE APPROACH TO POPULATION LIFE SYSTEMS

# Pang Xiong-fei Liang guangwen You Minsheng Wu Weijian (South China Agricultural University)

### ABSTRACT

The application of state-space approach to population life system control, not only help to describe a system by components or subsystems, but also help to solve the difficulties of multi-input and multi-output technique in system analysis. So that, it may be used as an important method to study the insect population ecology. In this paper the network models are used to construct the state-space equation for insect population dynamics.

Key words, State-space approach; netwok model; population life system