

小白菜叶片数量增长数学模拟*

王振中 林孔勋 范怀忠

(植保系)

提 要

通过田间试验,对小白菜花叶病寄主生长动态进行了数学分析。结果表明,小白菜生长过程符合一般种群增长动态过程,逻辑斯谛曲线拟合效果很好,即使在利用四点式平均值法估计环境容纳量和线性化方法估计其它两参数的情况下,非线性决定系数多在0.99以上,仅一例为0.97。对全部6次田间试验数据拟合的植株平均叶数 m 与有效积温 ST 的关系方程为:

$$m = 18.94 / [1 + \exp(2.0676 - 2.7346 \times 10^{-3} ST)]$$

群体内各植株叶数的标准差 Se 与平均叶数 m 的关系方程为:

$$\ln(Se) = 11.7320m - 0.1959m^2 + 18.0926 \ln(m) - 20.5907 \ln^2(m) - 30.0681$$

从小白菜生长时间动态方程的拟合效果来看,利用四点式平均值法估计环境容纳量后再用线性化方法来估计其它生长参数的效果,与麦夸尔特法拟合方程的效果差异很小。这表明在实验数据较完整和样本容量较大的情况下,可直接利用前一种方法进行逻辑斯谛曲线拟合。

关键词 小白菜; 生长动态; 数学模拟

引 言

植物病害流行是病害在寄主植物群体内的增长过程。在一个生长季节内,随着时间的推移,寄主群体也在增长。这对病害流行有很大影响,一方面,它为病原接种体提供新的侵染位点^[1],另一方面,它又会引起病害的表现数值下降,即稀释作用^[2]。因此,在植物病害流行研究中,寄主生长一直是一个不可忽视的方面^[3]。寄主生长对病害流行参数如表现侵染速率等方面的影响,已有人进行了研究^{[7][8]}。事实上,在植物病害流行电算模拟模型中,寄主生长往往作为一个重要的子模型处理^{[2][6]}。

由芜菁花叶病毒TuMV和黄瓜花叶病毒CMV等引起的小白菜(*Brassica chinensis*)花叶病,是广州市蔬菜生产的一个重要病害,造成较大的产量损失^[3]。对此病害的寄主生

* 本文承北京农业大学曾士迈教授,广东省甘蔗所王鉴明教授,华南农业大学李郁治副教授审阅,并提宝贵意见,谨致谢忱。

部分经费由广州市科委提供。

1988年9月19日收稿

长动态方面的研究, 尚未见任何报道。为了全面了解小白菜花叶病流行规律并进行产量损失估计, 以便为病害管理提供更多依据, 本研究拟对小白菜生长动态进行探讨。

材 料 和 方 法

(一) 材料与调查方法

在小白菜栽培区(广州市天河区东圃)内, 选取面积约0.2亩的试验地, 分为5个小区, 选用当地适时的品种, 采取直播方式, 按一般农民生产方法进行栽培管理。

小白菜长至3片真叶时, 定株观察植株生长情况。取样方法为每小区按棋盘式取样10点, 每点5株, 全试验区共取250株。每天调查小白菜生长情况。

1985年8月至1986年12月共进行6次田间试验, 获试验数据6组, 共127次调查数据。

(二) 数据处理方法

1. 一般生长动态分析。由于植株原有叶片对新叶的增长都有作用, 如光合作用提供有机物等, 增长速率与原有叶片数有关。

其次, 在一个生长季节内, 植株的叶片数的增长是有界的, 这是自然状态下种群增长的一般情况, 因此, 小白菜叶片数相对增长率是原有叶片数的函数。

设植株原有叶数为 N , 则有:

$$dN/dt = N \cdot f(N)$$

式中 t 为时间。由于种群增长有界, 则 N 越大, 相对增长率越小, 设 $f(N) = a - bN$, 则:

$$dN/dt = N(a - bN)$$

此式是种群增长的一般方程, 即Verhulst-Pearl阻滞方程。

设 $\gamma' = d$, $K = a/b$, 上式可改写为:

$$dN/df = \gamma' \cdot N \cdot (K - N)$$

对上式积分得:

$$N = K / [1 + e^{-(a+rt)}]$$

式中, K 为环境容纳量, 是小白菜在一个生长季节内的最大叶片数。

利用田间调查数对 (t, N) 拟合方程, 拟合方法采用四点式平均值估计法^[1]估计 K 值后再用线性化方法估算 a 、 r 参数(简称四点式平均 K 值法), 并由此结果作为初值, 进一步用麦夸尔特法迭代求解三个参数^[4]。从拟合效果分析生长动态过程, 并比较两种方法的拟合效果。分析比较用剩余平方和 Q 和决定系数 R^2 。

$$Q = \sum_{i=1}^n (N_i - \hat{N}_i)^2$$

$$R^2 = (S - Q) / S$$

式中, N_i 为种群实测值, $\hat{N}_i$ 为计算值, S 为样本总平方和。

2. 植株叶片数与有效积温的关系。根据生长动态分析结果,若小白菜生长动态符合逻辑斯谛方程类型,则以有效积温代替时间,探讨生长动态与有效积温的关系方程。

在这一分析中,将全部6次田间试验的小白菜生长数据,按生长时间相同(播种到调查的时间间隔相等)的各次数据的平均值代表在此一时间的小白菜生长数据,仍按四点式平均值法^[1]估算环境容纳量K值。

按所估算的K值,利用小白菜生长数据与相应的有效积温按线性方法拟合生长模型。

小白菜的生物学零度为4℃^[9],有效积温按下式计算:

$$ST_j = \sum_{i=1}^j (T_i - 4)$$

式中, T_i 为第*i*天的平均气温, ST_j 为第*j*天的有效积温。

小白菜生长有效积温计算公式中的平均气温取自广州市气象观测站,该站距试验地约5公里。

3. 平均叶数与标准差的关系。随着寄主叶数的增加,各植株间叶数的差异也发生变化。为了更准确地模拟田间植株叶数差异的情况,对植株平均叶片数与标准差的关系进行分析。

在全部调查数据中,计算各次的平均叶片数和标准差,用平均叶数的多种代换方式与相应的标准差作逐步回归分析,建立关系方程。

结果与分析

(一) 一般生长动态分析

小白菜生长动态符合一般种群增长过程,逻辑斯谛方程拟合效果很好,即使直接利用四点式平均K值法拟合生长方程,决定系数也在0.97以上(表1)

表1 小白菜植株生长动态曲线拟合效果

试验号	四点式平均K值法		麦夸尔特法		数对(N)
	R^2	Q	R^2	Q	
1	0.9911	0.2515	0.9911	0.2515	12
2	0.9946	0.6489	0.9955	0.5531	23
3	0.9718	4.5123	0.9727	4.4163	30
4	0.9937	1.8345	0.9955	1.3173	26
5	0.9991	0.0854	0.9991	0.0840	16
6	0.9965	0.3285	0.9965	0.3258	20

从分析过程中发现,四点式平均K值法与麦夸尔特法所估计的参数相差很小,从两种方法的 R^2 和Q值(表1)也可以看到这种情况。

(二) 植株叶片数与有效积温的关系

在127次调查数据中,按生长时间相同的调查数据,计算调查平均值,列于表2。

表2 小白菜生长时间JD和植株平均叶数m的关系*

JD	m	JD	m	JD	m	JD	m
25	5.21	26	5.36	27	5.50	28	6.21
29	6.49	30	6.83	31	6.22	32	6.55
33	6.92	34	7.22	35	6.82	36	7.17
37	7.55	38	7.84	39	7.68	40	7.98
41	8.35	42	8.74	43	9.19	44	8.54
45	8.88	46	9.06	47	9.12	48	8.38
49	8.66	50	9.11	51	9.68	52	9.65
53	10.20	54	10.58	55	10.01	56	10.44
57	10.96	58	11.54	59	12.29	60	12.90
61	13.92	62	14.10	63	14.64	64	15.02

* JD为播种后时间(天)。

根据表2的数据,利用四点式平均值估计法计算得环境容纳量(K值)为18.94,即在一个生长季节内,小白菜生长的叶片数潜限为18.94。

根据有效积温计算公式,从播种当天开始,计算有效积温ST,共得127组(ST, m)数据,按线性化方法由K=18.94估算逻辑斯谛的a、r参数,得小白菜生长动态方程为:

$$m = 18.94 / [1 + \exp(2.0676 - 2.7346 \times 10^{-3} ST)]$$

此式线性化参数 $F=159.97$, $R^2=0.5614$, $n=127$ 。F测验达极显著($\alpha < 0.01$)水平。

对上述m—ST方程求生长速率与有效积温的关系(dm/dST),发现当有效积温为760日度时,小白菜生长速率最快。在试验期间,小白菜生长季节内的日平均气温为14~25℃左右,因而生长速率最快的时间是播种后36~76天左右,落于生长季节的中后期。

(三) 平均叶数与标准差的关系

在127次田间调查的数据中,计算平均植株叶片数m与植株叶数的标准差Se,并利用这些数据,进行Se与多种m代换函数值的多元分析,得Se与m的关系方程:

$$\ln(Se) = 11.7320m - 0.1959m^2 + 18.0926\ln(m) - 20.5907\ln^2(m) - 30.0681$$

此式 $F=38.54$, $R^2=0.5603$, $n=127$, F测验达极显著($\alpha < 0.01$)水平。

Se—m关系方程表明,随着m值的增大,Se有一个上升到达峰值然后再下降的过程(图1)。从图1可以看到,当叶片数在12左右时,Se值最大,即田间植株间叶数差异最大,而在此值两端,标准差逐渐趋于0。

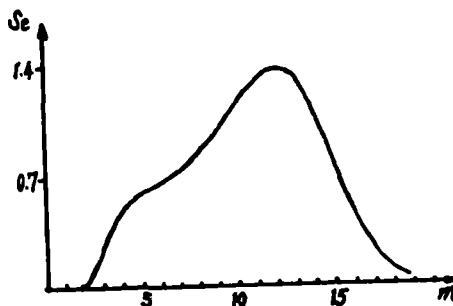


图1 小白菜植株平均叶数与标准差Se的关系

结 论 和 讨 论

本文对小白菜花叶病的寄主生长动态过程进行了数量化研究, 组建了小白菜植株平均叶片数与有效积温的关系模型以及植株平均叶片数与植株间叶数标准差的关系模型, 为病害流行的数量化分析和电算模拟模型的建立, 提供了可靠的寄主生长动态参数和数学模型。

从植株平均叶数与有效积温的关系模型可知, 生长季节的中后期是植株生长较快的时期。在此阶段植株新叶形成较快, 可以为小白菜花叶病传毒介体蚜虫提供较多的营养物质, 便从一定程度上解释了在田间观察到的在生长季节后期蚜虫群体增长很快的原因。

利用四点式平均值估计法估算的小白菜植株叶数增长极限为18.94, 而每次田间试验的最大叶数一般为10~13左右, 与增长极限相差较大, 因而有较大的生长余地, 从而使植株在中后期还能较快地生长。

本文分析了植株平均叶数与植株间叶数标准差的关系, 并组建了数学模型。这有助于组建能较真实地模拟田间寄主群体内植株间叶数参差状况的寄主生长子模型。由标准差的概念可知, 当植株平均叶数 m 时, 每植株的叶数多在 $m \pm \mu Se$ 之间, 其中 μ 为0~1区间内的随机数。寄主生长的模拟过程, 便可以通过有效积温数值及生长动态方程计算植株平均叶数 m , 进一步计算标准差 Se 。按 m 和 Se 值, 可根据随机数 μ 的取值为各植株赋予叶数, 或者可以通过平均增长叶片数和标准差进行随机模拟。

从小白菜生长时间动态方程的推导和拟合结果看来, 单位植株的叶数增长也符合一般的种群动态增长规律即逻辑斯谛增长过程。可见逻辑斯谛方程不但在描述有限空间内种群的数量增长过程^[1]方面, 而且在描述生物个体的有关数量增长动态方面, 都有重要的作用。

从利用四点式平均K值法和麦夸尔特法拟合逻辑斯谛方程的效果来看, 两种方法均能很好地拟合方程。从表1的数值看, R^2 的相对误差都在千分之二以下, 表明四点式平均K值法有较强的数据拟合能力, 在调查数据较完整和样本容量较大时, 可以直接利用该法拟合生长方程, 因为其计算量远远小于麦夸尔特法。

本研究仅从小白菜花叶病流行分析的需要进行寄主生长动态分析, 因而研究结果对与小白菜生长有关的园艺学或栽培学研究, 仅可在数量方面提供参考, 而对于直接的实践应用, 还要作更进一步的研究。

引 用 文 献

- [1] 王振中, 林孔勋. 生态学报, 1987; 7(3): 193~198
- [2] 王振中, 林孔勋. 华南农业大学学报, 1987; 8(3): 17--25
- [3] 王振中, 林孔勋, 范怀忠. 华南农业大学学报, 1988; 9(2): 11--21
- [4] 王莽莽, 李典谟. 生态学报, 1986; 6(2): 142--147
- [5] 肖悦岩, 曾士迈, 张万义, 王沛有. 植物病理学报, 1983; 13(1): 1--13
- [6] 浙江农业大学. 蔬菜栽培学各论(南方本), 北京: 农业出版社, 1980; 56
- [7] Kushalappa, A.C. and Ludwig, Phytopathology, 1982; 72: 1113--1117
- [8] Vanderplank, J. E. Academic Press, 1963; 94--96
- [9] Zadoks, J. C. Phytopathology, 1971; 61: 600--610

MATHEMATICAL SIMULATION OF THE GROWTH DYNAMICS OF THE CHINESE-SMALL-CABBAGE

Wang Zhenzhong Lin Kung-hsun Faan Hwei-chung

(Department of Plant Protection)

ABSTRACT

In the present study, a mathematical analysis was made of the growth dynamics of the chinese-small-cabbage with experiments carried out in the field. The result showed that the growth dynamics of the crop tallied with common population dynamics and the effectiveness of the fitting experimental data to the Logistic equation was very good with most of the non-linear determinant coefficients over 0.99 even in the case where the two paired points method was used to estimate the environmental capacity in combination with linear method to estimate the other two coefficients. The correlation equation of the average number of leaves per plant (M) and the accumulated temperatures (ST) was found to be:

$$M = 18.94 - [1 + \exp(2.0676 - 2.7346 \times 10^{-3} ST)]$$

The relationship between the standard deviation (SE) of leaves of plants and average number of leaves (M) per plant could be described as the following equation.

$$\ln(SE) = 11.7320 m - 0.1959 m^2 + 18.0926 \ln(m) - 20.5707 \ln^2(m) - 30.0881$$

According to the effectiveness of the fitting of the growth equations of the crop, the difference was found to be very small between the fitting results of the Marquardt method and those obtained in the use of two-paired points method to estimate the environmental capacity (K) in combination with the linear method to estimate the other two coefficients.

Key words: *Brassica chinensis*; population dynamics; simulation