华南农业大学学报　15(2)　1994: 134～139
J.South China Agr.Univ.

FUZZY 线性规划在畜牧业规划上的研究*

徐秀珍[1]　李家锋**　汪植三[2]　梁　敏[3]
(1 华南农业大学基础部，2 华南农业大学动物科学系，510642，广州；3 三水市畜牧局)

摘要　本文根据广东三水市的自然条件、生态环境和经济特点，遵循全国和广东省的发展规划，运用模糊数学知识和计算机工具，研究了该市 1995 年度畜牧业生产的结构决策.

关键词　线性规划；模糊线性规划
中图分类号　O_{159}

运用数学规划理论和方法，能解决许多在假定了约束和目标的情况下，选定一个最优方案的问题(李维铮等，1985)。然而在现实中，这种约束和目标往往是模糊的，这就给制定长远规划带来了难题。因此，运用模糊线性规划的方法，来解决现实中普遍存在的模糊状况下的问题，是很有必要的。

本文根据模糊线性规划的一般解法，利用 IBM286 微机在 Turbo Basic 环境下求解，预测了 1995 年度三水市畜牧业生产的规划问题。

1　模糊线性规划问题

所谓的模糊线性规划是指以下的条件极值问题(罗承忠，1989)：

目标函数：$\max Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$

约束条件：
$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \underset{\sim}{\leqslant} b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \underset{\sim}{\leqslant} b_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \underset{\sim}{\leqslant} b_m \\ x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n \underset{\sim}{\geqslant} 0 \end{cases}$$

这里“$\underset{\sim}{\leqslant}$”表示一种弹性约束，设 $X=\{x|\ x\in R^n,\ x\geqslant 0\}$，对每个约束 $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \leqslant b_j$ 相应地有论域 X 中一个模糊子集 $\underset{\sim}{D_i}$ 与之对应，其隶属函数如下：

$$D_i(x) = f_i(\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j) = \begin{cases} 1 & \text{当} \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \leqslant b_i \\ 1 - \dfrac{1}{d_i}(\sum_{j=1}^{n} a_{ij} - b_i) & \text{当}\ b_i < \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \leqslant b_i + d_i \\ 0 & \text{当} \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j > b_i + d_i \end{cases}$$

1993－12－30 收稿

* 本课题为广东省软科学课题的一部分内容；** 农业系统工程与管理工程 91 级硕士研究生

这里 d_i 是适当选择的伸缩指标，$d_i \geq 0$ (i=1, 2, ⋯, m)。

令 $\underset{\sim}{D}=\underset{\sim}{D}_1 \cap \underset{\sim}{D}_2 \cap \cdots \cap \underset{\sim}{D}_m$，称为对应约束条件 $AX \underset{\sim}{\leq} b(X \geq 0)$ 的模糊约束集。

模糊线性规划问题的解法步骤如下：

(1) 先求普通线性规划问题 $\max Z=CX, AX \leq b, X \geq 0$ 的最大值 Z_0 及 $\max Z=CX, AX \leq b+d, X \geq 0$ 的最大值 Z_0+d_0，其中 $b+d=(b_1+d_1, b_2+d_2, \cdots, b_m+d_m)^T$。$Z_0$ 是严格遵守约束条件 $AX \leq b$ (此时隶属度 $\underset{\sim}{D}(x)=1$) 下目标函数的最大值；Z_0+d_0 是当约束条件放松到 $AX \leq b+d$ (此时隶属度 $\underset{\sim}{D}(x)=0$) 情况下目标函数的最大值。Z_0 与 Z_0+d_0 对应 $\underset{\sim}{D}(x)=1$ 与 $\underset{\sim}{D}(x)=0$ 的两种极端情形，可以适当降低隶属度 $\underset{\sim}{D}(x)$ 使得最优值有所提高，介于 Z_0 与 Z_0+d_0 之间。

(2) 构造模糊目标集 $\underset{\sim}{M} \in F(x)$，其隶属函数

$$\underset{\sim}{M}(x)=g\left(\sum_{j=1}^{n} c_j x_j\right)=\begin{cases} 0 & \text{当} \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \leq Z_0 \\ \dfrac{1}{d_0}\left(\sum_{j=1}^{n} c_j x_j - Z_0\right) & \text{当 } Z_0 < \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \leq Z_0+d_0 \\ 1 & \text{当} \sum_{j=1}^{n} c_j x_j > Z_0+d_0 \end{cases}$$

当 $\underset{\sim}{D}(x)=1$ 时，$M(x)=0$，欲使目标值大于 Z_0，必须降低 $\underset{\sim}{D}(x)$，为了兼顾模糊约束集 $\underset{\sim}{D}$ 与模糊目标集 $\underset{\sim}{M}$，可采用模糊前判决 $\underset{\sim}{D}_F=\underset{\sim}{D} \cap \underset{\sim}{M}$。然后找最佳点 x^* 使

$$\underset{\sim}{D}_F(x^*)=\underset{\sim}{D}(x^*) \wedge \underset{\sim}{M}(x^*)=\bigvee_{x \in X}(\underset{\sim}{D}(x) \wedge \underset{\sim}{M}(x))$$

也就是说，由 $\underset{\sim}{M}$ 诱导可能性测度 $\prod$，$\underset{\sim}{D}$ 对 $\prod$ 的可能度

$$\prod(\underset{\sim}{D})=\int \underset{\sim}{D}(x) \cdot \prod(\cdot)=\underset{\sim}{D} \cdot \underset{\sim}{M}$$

最佳点 x^* 满足

$$\underset{\sim}{D}(x^*) \wedge \underset{\sim}{M}(x^*)=\prod(\underset{\sim}{D})=\underset{\sim}{D} \cdot \underset{\sim}{M}$$

(3) 由于

$$\begin{aligned}\underset{\sim}{D} \cdot \underset{\sim}{M} &= \bigvee_{x \in X}(\underset{\sim}{D}(x) \wedge \underset{\sim}{M}(x)) \\ &= \bigvee\{\lambda \mid \underset{\sim}{D}(x) \geq \lambda, \underset{\sim}{M}(x) \geq \lambda, 0 \leq \lambda \leq 1\} \\ &= \bigvee\{\lambda \mid \underset{\sim}{D}_1(x) \geq \lambda, \cdots, \underset{\sim}{D}_m(x) \geq \lambda, \underset{\sim}{M}(x) \geq \lambda, 0 \leq \lambda \leq 1\}\end{aligned}$$

问题归结到求普通线性规划问题

$$\max \ s=\lambda$$

$$\begin{cases} 1-\dfrac{1}{d_i}\left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j - b_i\right) \geq \lambda \quad (i=1, 2, \cdots, m) \\ \dfrac{1}{d_0}\left(\sum_{j=1}^{n} c_j x_j - Z_0\right) \geq \lambda \\ \lambda \leq 1 \\ \lambda \geq 0, \ x_1, \cdots, x_n \geq 0 \end{cases}$$

即

$$\max\ s=\lambda$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j + d_i\lambda \leqslant b_i + d_i \ (i=1,\ 2,\cdots,\ m) \\ \sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_j - d_0\lambda \geqslant Z_0 \\ \lambda \leqslant 1 \\ \lambda \geqslant 0,\ x_1,\cdots,\ x_n \geqslant 0 \end{cases}$$

求出最优解 $(x_1{*},\ x_2{*},\cdots,\ x_n{*})$ 则

$$\prod(\underset{\sim}{D})=\underset{\sim}{D}\circ\underset{\sim}{M}=\lambda{*}$$

最佳点 $x{*}=(x_1{*},\ x_2{*},\cdots,\ x_n{*})$

目标函数值 $Z{*}=\sum_{j=1}^{n}c_jx_j{*}$

2 系统概况

三水市处于珠江三角洲顶部，属南亚热带，气候温和，雨量充足。自然气候条件非常有利于发展畜牧业生产，亦非常有利于农作物生长，能为畜牧业提供大量精、粗青饲料。水陆交通方便，近广州、佛山、珠海、深圳，设有出口口岸，拥有广阔的市场。为了实现小康生活水平，三水的腾飞，必须制定经济、社会和生态发展规划。

3 系统模型建立

3.1 建模原则

调整畜牧业结构，优先发展鸡、鹅、鸭业，力求最大经济效益，促进畜牧业生产迅速发展。

3.2 模型建立

3.2.1 决策变量

x_1——公猪　x_6——后备乳牛　x_{11}——种鹅

x_2——母猪　x_7——乳种公牛　x_{12}——上市肉鸭

x_3——上市肉猪　x_8——上市肉鸡　x_{13}——种鸭

x_4——耕牛　x_9——种鸡　x_{14}——山羊

x_5——母乳牛　x_{10}——上市肉鹅

3.2.2 约束条件　(1)能量料约束

$$705.2x_1+927.8x_2+309.2x_3+25x_4+1923.6x_5+520.2x_6+2165x_7+4x_8+27.3x_9$$
$$+6x_{10}+47.5x_{11}+4.9x_{12}+51.1x_{13}\leqslant 97\ 716\ 074$$

(2) 蛋白质料约束

$$109.1x_1+121.3x_2+41.3x_3+72.2x_5+49.8x_6+1.2x_8+4.7x_9+1.2x_{12}+9.9x_{13}\leqslant 1\ 247\ 536$$

(3) 其他料约束

$$25.18x_1+32.5x_2+10.56x_5+51.8x_5+172.6x_6+59x_7+0.2x_8+x_9+0.21x_{12}+1.9x_{13}$$
$$\leqslant 11\ 333\ 872$$

(4) 青草料(包括稻草、蔗叶)约束

$$4\,600x_4+14\,091.4x_5+4\,921.4x_6+8\,004x_7+30x_{10}+156.4x_{11}+3\,212x_{14}=5\,93\,748\,439.4$$

(5) 牲猪头数约束(1.745 6 是肉猪饲养量转换系数)　$x_1+x_2+1.745\,6x_3 \lesssim 253\,382$

(6) 肉猪头数约束　$1.7\,456x_3 \geqslant 241\,441$

(7) 公猪头数约束　$x_1 \leqslant 130$

(8) 母猪头数约束　$x_2 \leqslant 13\,820$

(9) 种猪肉猪头数约束　$x_1 : x_2 : x_3 = 116 : 11\,820 : 138\,314$

(10) 牛头数约束　$x_4+x_5+x_6+x_7=35\,579$

(11) 耕牛数约束　$x_4 \leqslant 35\,417$

(12) 乳母牛约束　$x_5 \geqslant 113$

(13) 后备乳牛约束　$x_6 \geqslant 45$

(14) 乳种公牛约束　$x_7=2$

(15) 乳母牛、后备乳牛、乳公牛比约束　$x_5 : x_6 : x_7 = 70.588 : 28.235 : 1.176$

(16) 山羊数约束　$x_{14}=650$

(17) 禽数约束(1.740 7, 1.781 2, 1.405 1 分别是肉鸡、肉鹅、肉鸭饲养量转换系数)

$$1.740\,7x_8+x_9+1.781\,2x_{10}+x_{11}+1.405\,1x_{12}+x_{13} \geqslant 6\,838\,739$$

(18) 鸡数量约束　$1.740\,7x_8+x_9=2\,759\,774$

(19) 肉鸡数量约束　$1.740\,7x_8 \gtrsim 2\,453\,635$

(20) 种鸡数量约束　$x_9 \leqslant 271\,371$

(21) 肉鸡、种鸡比约束　$x_8 : x_9 \leqslant 32$

(22) 鹅数量约束　$1.781\,2x_{10}+x_{11} \geqslant 2\,011\,008$

(23) 肉鹅数约束　$1.781\,2x_{10} \gtrsim 1\,739\,652$

(24) 种鹅数约束　$x_{11} \leqslant 271\,371$

(25) 肉鹅种鹅比约束　$x_{10} : x_{11} \leqslant 14.4$

(26) 鸭数量约束　$1.405\,1x_{12}+x_{13} \geqslant 2\,067\,957$

(27) 肉鸭数量约束　$1.405\,1x_{12} \gtrsim 2\,009\,514$

(28) 种鸭数约束　$x_{13} \leqslant 58\,493$

(29) 肉鸭、种鹅数比约束　$x_{12} : x_{13} \leqslant 86$

(30) 肉鸡、肉鹅、肉鸭数量比约束　$x_8 : x_{10} : x_{12} = 1\,409\,568 : 976\,674 : 1\,430\,157$

(31) 劳力约束

$$14.6x_1+14.6x_2+0.75x_3+36.5x_4+51.5x_5+30.5x_6+41x_7+0.056x_8+0.243x_9+0.0\,325x_{10}+0.243x_{11}+0.028x_{12}+0.243x_{13} \leqslant 1\,884\,468.574$$

3.2.3　目标函数 总产值目标(按 1980 年不变价计算)

$$\max\ Z=525.97x_1+415.97x_2+135.59x_3+342.82x_4+1\,947.27x_5+441.95x_6+164.1x_7+3.67x_8+12.88x_9+5.104x_{10}+37.28x_{11}+2.94x_{12}+51.48x_{13}+18.07x_{14}$$

3.3　模型求解

3.3.1　解普通线性规划问题　此线性规划为原问题的线性规划没有模糊条件，其中 $x_i \geqslant 0$, ($i=1, 2, \cdots, 14$), 在 IBM286 微机上运行(何建坤等，1985)，结果如下所示：

$x_1=116$	$x_6=48$	$x_{11}=271\ 371$
$x_2=11\ 820$	$x_7=2$	$x_{12}=1\ 450\ 434$
$x_3=138317$	$x_8=1\ 429542$	$x_{13}=58\ 493$
$x_4=35\ 409$	$x_9=271\ 371$	$x_{14}=650$
$x_5=120$	$x_{10}=990\ 516$	$Z=67\ 327\ 600$

3.3.2 解普通线性规划问题 此问题在第一个线性规划的基础上作如下变动:

第(5)个约束条件变为 $x_1+x_2+1.745\ 6x_3\leqslant 253\ 382+25\ 382$

第(19)个约束条件变为 $1.740\ 7x_8\geqslant 2\ 453\ 635+2\ 453\ 364$

第(23)个约束条件变为 $1.781\ 2x_{10}\geqslant 1\ 739\ 652+193\ 965$

第(27)个约束条件变为 $1.405\ 1x_{12}\geqslant 2\ 009\ 514+200\ 951$

结果如下:

$x_1=128$	$x_6=48$	$x_{11}=259\ 052$
$x_2=13\ 002$	$x_7=2$	$x_{12}=1\ 573\ 185$
$x_3=152\ 184$	$x_8=1\ 550\ 526$	$x_{13}=58\ 493$
$x_4=35\ 409$	$x_9=60\ 775$	$x_{14}=650$
$x_5=120$	$x_{10}=1\ 074\ 344$	

$Z=Z_o+d_o=67\ 761\ 830$ $d_o=390\ 700$

3.3.3 解普通线性规划问题 在第一个线性规划的基础上作如下变动:

目标函数变为 $\max s=\lambda$

第(5)个约束条件变为 $x_1+x_2+1.745\ 6x_3+25\ 338\lambda\leqslant 253\ 382+25\ 382$

第(19)个约束条件变为 $1.740\ 7x_8+245\ 364\lambda\geqslant 2\ 453\ 635+245\ 364$

第(23)个约束条件变为 $1.781\ 2x_{10}+173\ 965\lambda\geqslant 1\ 739\ 652+193\ 965$

第(27)个约束条件变为 $1.405\ 1x_{12}+200\ 951\lambda\geqslant 2\ 009\ 514+200\ 951$

增加约束条件:

$525.97x_1+415.97x_2+135.59x_3+342.82x_4+1\ 947.27x_5+441.95x_6+164.1x_7+3.67x_8+12.88x_9+5.104x_{10}+37.28x_{11}+2.94x_{12}+51.48x_{13}+18.07x_{14}-390\ 700\lambda\geqslant 67\ 327\ 600$

$\lambda\leqslant 1$

模糊优化结果为:

$x_1=$ 128	$x_6=$ 48	$x_{11}=$ 259 063
$x_2=$ 13 002	$x_7=$ 2	$x_{12}=$ 1 573 179
$x_3=$ 152 148	$x_8=$ 15 505 520	$x_{13}=$ 58 493
$x_4=$ 35 409	$x_9=$ 60 784	$x_{14}=$ 650
$x_5=$ 120	$x_{10}=$ 1 074 340	$\lambda=0.000\ 038$

总产量 $Z=67\ 718\ 400$（元）

4 结果分析

从以上结果可以看出下述问题:

4.1 当牲猪头数、肉鸡数量、肉鹅数量、肉鸭数量分别增加 10% 时，总产值增大39 080 元，说明规划的目标和期望产生的效益是一致的。

4.1 畜牧业结构进一步趋于合理，畜牧发展也较均衡，能充分利用三水市的自然资源和物质

资源。

4.3 与原优化方案相比，经济效益已超过 2000 年的产值（6 765.34 万元）。

5 结论

从以上结果可以看出，运用模糊线性规划来解决带有模糊约束条件的一类中长期规划问题，具有一定的优越性，由于模糊性规划，既注意发挥一般线性规划的优点，又考虑约束条件的模糊状况，并化为可运用通常的线性规划方法求解；算法易行，解决实际问题效果良好。

参　考　文　献

李维铮，郭耀煌，甘应爱．1985.运筹学．北京：清华大学出版社，112～123.

何建坤，江道琪，陈松华．1985. 实用线性规划及计算机程序．北京：清华大学出版社，177～185

罗承忠．1989. 模糊集引论：上册．北京：北京师范大学出版社，351～360

THE APPLICATION OF FUZZY LINEAR PROGRAMMINNG IN THE OPTIMIZATION OF ANIMAL HUSBANDRY

Xu Xiuzhen[1]　Li Jiafeng　Wang Zhisan[2]　Liang Min[3]

(1. Dept. of Basic Courses; 2. Zoology Science Dept. , South China Agr. Univ., 510642, Guangzhou; 3. Animal husbandry Bureau)

Abstract According to the natural conditions, ecological enviroment, and economic status of Sanshui county, Guangdong Province, and guided by the national and Guangdong Provincial development plan, knowledge of fuzzy mathematics and computer usage was applied to work out an optimal programming of animal husbandry for Sanshui in 1995.

Key words Linear programming; Fuzzy linear prrogramming