

Fuzzy 线性规划在种植业最优规划上的应用*

徐秀珍¹ 黄 湛² 陈庆新³

(1. 华南农业大学基础部, 2. 华南农业大学农学系, 广州; 510642, 3. 广东省三水市农业局)

摘要 根据广东三水市的自然条件、生态环境和经济特点, 遵循全国和广东省的发展规划, 运用模糊数学知识和计算机工具, 制定了该县 1995 年度种植业生产的最佳结构决策, 并根据结果提出了一些建议。

关键词 线性规划; 模糊线性规划

中图分类号 O 159

运用数学规划理论和方法, 能解决许多在假定了约束和目标的情况下, 选定一个最优方案的问题(李维铮, 1995)。然而在现实中, 这种约束和目标往往是模糊的, 这就给制定长远规划带来了难题。因此, 运用模糊线性规划的方法, 来解决现实中普遍存在的模糊状况下的最优方案, 是很有必要的。

本文根据模糊线性规划的一般解法, 利用 IBM 微机在 Turbo Basic 环境下求解, 预测了 1995 年度三水市种植业生产的最优规划问题, 取得了较好的效果。

1 模糊线性规划问题

所谓的模糊线性规划是指以下的条件极值问题(罗承忠, 1989):

目标函数: $\max Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$

$$\text{约束条件: } \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \leq b_2 \\ \dots \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \leq b_m \\ x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 \end{cases}$$

这里“ $\leq$ ”表示一种弹性约束, 设 $X = \{x \in R^n, x \geq 0\}$ 对每个约束 $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq b_i$ 相应地有论域 X 中一个模糊子集 D_i 与之对应, 其隶属函数如下:

$$D_i(x) = f_i \sum_{j=1}^n (a_{ij}x_j) = \begin{cases} 1 & \text{当 } \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j < b_i \\ 1 - \frac{1}{d_i} \left(\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j - b_i \right) & \text{当 } b_i < \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j < b_i + d_i \\ 0 & \text{当 } \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j > b_i + d_i \end{cases}$$

1995-02-20 收稿

* 本课题为广东省软科学课题的一部份内容。

这里 d_i 是适当选择的伸缩指标, $d_i \geq 0 (i=1, 2, \dots, m)$.

令 $\underline{D} = \underline{D}_1 \cap \underline{D}_2 \cap \dots \cap \underline{D}_m$, 称为对应约束条件 $AX \leq b (X \geq 0)$ 的模糊约束集.

模糊线性规划问题的解法步骤如下:

(1) 先求普通线性规划问题 $\max Z = CX, AX \leq b, X \geq 0$ 的最大值 Z_0 及 $\max Z = CX, AX \leq b+d, X \geq 0$ 的最大值 Z_0+d_0 , 其中 $b+d = (b_1+d_1, b_2+d_2, \dots, b_m+d_m)^T$. Z_0 是严格遵守约束条件 $AX \leq b$ (此时隶属度 $\underline{D}(x)=1$) 下目标函数的最大值; Z_0+d_0 是当约束条件放松到 $AX \leq b+d$ (此时隶属度 $\underline{D}(x)=0$) 情况下目标函数的最大值. Z_0 与 Z_0+d_0 对应 $\underline{D}(x)=1$ 与 $\underline{D}(x)=0$ 的两种极端情形, 可以适当降低隶属度 $\underline{D}(x)$ 使得最优值有所提高, 介于 Z_0 与 Z_0+d_0 之间.

(2) 构造模糊目标集 $\underline{M} \in F(x)$, 其隶属函数

$$\underline{M}(x) = g\left(\sum_{j=1}^n (c_j x_j)\right) = \begin{cases} 0 & \text{当 } \sum_{j=1}^n c_j x_j \leq Z_0 \\ \frac{1}{d_0} \left(\sum_{j=1}^n c_j x_j - Z_0\right) & \text{当 } Z_0 < \sum_{j=1}^n c_j x_j \leq Z_0 + d_0 \\ 1 & \text{当 } \sum_{j=1}^n c_j x_j > Z_0 + d_0 \end{cases}$$

当 $\underline{D}(x)=1$ 时, $\underline{M}(x)=0$, 欲使目标值大于 Z_0 , 必须降低 $\underline{D}(x)$, 为了兼顾模糊约束集 $\underline{D}$ 与模糊目标集 $\underline{M}$, 可采用模糊前判决 $\underline{D}_F = \underline{D} \cap \underline{M}$. 然后找最佳点 x^* 使

$$\underline{D}_F(x^*) = \underline{D}(x^*) \wedge \underline{M}(x^*) = \bigvee_{x \in X} (\underline{D}(x) \wedge \underline{M}(x))$$

也就是说, 由 $\underline{M}$ 诱导可能性测试 Π , $\underline{D}$ 对 Π 的可能度

$$\Pi(\underline{D}) = \int \underline{D}(x) \cdot \Pi(\cdot) = \underline{D} \cdot \underline{M}$$

最佳点 x^* 满足

$$\underline{D}(x^*) \wedge \underline{M}(x^*) = \Pi(\underline{D}) = \underline{D} \cdot \underline{M}$$

(3) 由于

$$\begin{aligned} \underline{D} \cdot \underline{M} &= \bigvee_{x \in X} (\underline{D}(x) \wedge \underline{M}(x)) \\ &= \bigvee \{ \lambda | \underline{D}(x) \geq \lambda, \underline{M}(x) \geq \lambda, 0 \leq \lambda \leq 1 \} \\ &= \bigvee \{ \lambda | \underline{D}_1(x) \geq \lambda, \dots, \underline{D}_m(x) \geq \lambda, \underline{M}(x) \geq \lambda, 0 \leq \lambda, 0 \leq \lambda \leq 1 \} \end{aligned}$$

问题归结到求普通线性规划问题

$$\max s = \lambda = \begin{cases} 1 - \frac{1}{d_i} \left(\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - b_i\right) \geq \lambda & (i=1, 2, \dots, m) \\ \frac{1}{d_0} \left(\sum_{j=1}^n c_j x_j - Z_0\right) \geq \lambda \\ \lambda \leq 1 \\ \lambda \geq 0, x_1, \dots, x_n \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{即 } \max s = \lambda = \begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + d_i \lambda \leq b_i + d_i (i=1, 2, \dots, m) \\ \sum_{j=1}^n c_{ij} x_j - d_0 \lambda \geq Z_0 \\ \lambda \leq 1 \\ \lambda \geq 0, x_1, \dots, x_n \geq 0 \end{cases}$$

求出最优解 $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*, \lambda^*)$ 则

$$\Pi(\mathbb{D}) = \underline{D} \cdot \underline{M} = \lambda^*$$

最佳点 $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$

$$\text{目标函数值} \quad Z^* = \sum_{j=1}^n c_j x_j^*$$

2 系统概况

三水市地处珠江三角洲,气候温和,雨量充足,自然资源丰富。总面积 828 km², 土地类型多样,其中耕地面积占总面积的 52.72%、园地占 0.9%、林地占 14.14%、草地占 7.59%、水域占 19.07%、其它用地占 5.58%、水陆交通方便,对发展商品农业和创汇农业其地理位置十分优越,1985 年全县总人口接近 31 万,为了实现小康生活水平,三水的腾飞,必须制定经济、社会和生态发展规划。

3 系统模型建立

3.1 建模原则 (Zimmer mann HJ, 1978)

“决不放松粮食生产、调整农业生产结构,积极发展多种经济及‘三高’农业”。

3.2 模型建立

3.2.1 决策变量 (hm²)

X_1 稻、稻	X_7 稻、花生	X_{13} 西瓜、薯	X_{19} 地苧麻
X_2 稻、稻、肥	X_8 花生、稻	X_{14} 豆、西瓜	X_{20} 木薯
X_3 稻、稻、菜	X_9 花生、蕃薯	X_{15} 田蔗	X_{21} 蚕桑
X_4 稻、稻、青饲料	X_{10} 玉米或花生、蕃薯	X_{16} 地蔗	X_{22} 茶叶
X_5 稻、稻、马铃薯	X_{11} 西瓜、花生	X_{17} 地豆或蔗	X_{23} 药材
X_6 稻、菜	X_{12} 蕃薯、花生	X_{18} 田苧麻	

3.2.2 约束条件 (hm²)

$$1 \quad \text{总面积约束:} \quad \sum_{i=1}^{23} x_i \leq 22710 \quad (1)$$

$$\textcircled{1} \quad \text{水田面积约束} \quad \sum_{i=1}^8 x_i + x_{15} + x_{18} \geq 17954 \quad (2)$$

$$\textcircled{2} \quad \text{旱地面积约束} \quad \sum_{i=9}^{14} x_i + \sum_{i=16}^{17} x_i + \sum_{i=19}^{23} x_i \leq 4757 \quad (3)$$

$$2 \quad \text{早稻面积约束} \quad \sum_{i=1}^7 x_i \leq 15304 \quad (4)$$

$$3 \quad \text{晚稻面积约束} \quad \sum_{i=1}^5 x_i + x_8 \leq 16037 \quad (5)$$

4 水田经济作物面积约束

$$\textcircled{1} \quad \text{秋蔬菜面积约束} \quad x_6 \geq 800 \quad (6)$$

$$\textcircled{2} \quad \text{秋花生面积约束} \quad x_7 \geq 267 \quad (7)$$

$$\textcircled{3} \quad \text{绿肥面积约束} \quad x_2 \geq 2000 \quad x_8 \geq 1334 \quad (8)$$

$$5 \quad \text{油菜面积约束} \quad x_3 \geq 2000 \quad (9)$$

$$6 \quad \text{青饲料面积约束} \quad x_4 \geq 2000 \quad (10)$$

$$7 \quad \text{马铃薯面积约束} \quad x_5 \geq 2000 \quad (11)$$

$$8 \quad \text{水田蔗面积约束} \quad 360 \leq x_{15} \leq 367 \quad (12)$$

$$9 \quad \text{水田苎麻面积约束} \quad x_{18} \geq 467 \quad (13)$$

10 旱地经济作物面积约束

$$\textcircled{1} \quad \text{春花生面积约束} \quad x_9 + x_{10} \geq 1424 \quad (14)$$

$$\textcircled{2} \quad \text{春西瓜面积约束} \quad x_{11} + x_{13} \geq 667 \quad (15)$$

$$\textcircled{3} \quad \text{秋花生面积约束} \quad x_{11} + x_{12} \geq 534 \quad (16)$$

$$\textcircled{4} \quad \text{秋西瓜面积约束} \quad 194 \leq x_{14} \leq 2000 \quad (17)$$

$$\textcircled{5} \quad \text{春大豆面积约束} \quad x_{14} + x_{17} \geq 867 \quad (18)$$

$$\textcircled{6} \quad \text{春蕃薯面积约束} \quad 194 \leq x_{14} \leq 2000 \quad (19)$$

$$\textcircled{7} \quad \text{秋蕃薯面积约束} \quad x_9 + x_{10} + x_{13} \leq 1642, \quad x_9 \geq 1334 \quad (20)$$

$$\textcircled{8} \quad \text{地蔗面积约束} \quad 1000 \leq x_{16} + x_{17} \leq 1200 \quad (21)$$

$$\textcircled{9} \quad \text{地苎麻面积约束} \quad 594 \leq x_{19} \leq 600 \quad (22)$$

$$\textcircled{10} \quad \text{木薯面积约束} \quad 194 \leq x_{20} \leq 2000 \quad (23)$$

$$\textcircled{11} \quad \text{桑地面积约束} \quad x_{21} \geq 234 \quad (24)$$

$$\textcircled{12} \quad \text{茶叶面积约束} \quad 94 \leq x_{22} \leq 100 \quad (25)$$

$$\textcircled{13} \quad \text{药材面积约束} \quad 66 \leq x_{23} \leq 67 \quad (26)$$

11 劳动力(工日)约束

$$307.5x_1 + 330.0x_2 + 735.0x_3 + 360.0x_4 + 405.0x_5 + 825.0x_6 + 435.0x_7 + 435.0x_8 + 390.0x_9 + 420.0x_{10} \\ + 675.0x_{11} + 390.0x_{12} + 450.0x_{13} + 405.0x_{14} + 450.0x_{15} + 450.0x_{16} + 495.0x_{17} + 1305.0x_{18} + 1170.0x_{19} + \\ 165.0x_{20} + 1335.0x_{21} + 990.0x_{22} + 450.0x_{23} \leq 19969875.0 \quad (27)$$

12 化肥施用量约束

$$2025x_1 + 2175x_2 + 2625x_3 + 2175x_4 + 2250x_5 + 2250x_6 + 1200x_7 + 1200x_8 + 450x_9 + 600x_{10} + 1050x_{11} \\ + 450x_{12} + 900x_{13} + 750x_{14} + 2625x_{15} + 2625x_{16} + 2700x_{17} + 3300x_{18} + 2850x_{19} + 750x_{20} + 2400x_{21} + 3000x_{22} \\ + 750x_{23} \leq 44587250 \quad (28)$$

3.2.3 目标函数 总产值目标(按 1980 年不变价计算)

$$\max Z_1 = 3719.6x_1 + 3809.6x_2 + 6827.6x_3 + 3888.8x_4 + 7019.6x_5 + 6649.5x_6 + 3651.8x_7 + 4505.1x_8 \\ + 4753.2x_9 + 5282.3x_{10} + 5744.3x_{11} + 2324.3x_{12} + 6060.0x_{13} + 4300.8x_{14} + 4048.5x_{15} \\ + 4048.5x_{16} + 4758.9x_{17} + 5791.1x_{18} + 4713.8x_{19} + 1050.0x_{20} + 6654.8x_{21} + 5766.9x_{22} + 6000.0x_{23}$$

对应约束方程 (4), (5), (6), (24) 的伸缩指标分别取 1530.4, 1603.7, 804.0, 23.4 hm^2

3.3 模型求解(何建坤, 1985)

3.3.1 解普通线性规划问题 此线性规划为原问题的线性规划没有模糊条件, 其中 $x_i \geq 0$ 在 IBM 微机上运行, 结果如下所示:

$$x_1 = 200.0, x_2 = 2000.0, x_3 = 2000.0, x_4 = 2000.0, x_5 = 5014.0, x_6 = 800.0, x_7 = 267.0, x_8 = 1334.0, \\ x_9 = 1334.0, x_{10} = 90.0, x_{11} = 2279.4, x_{12} = 194.0, x_{13} = 200.0, x_{14} = 194.0, x_{15} = 360.0, x_{16} = 327.0, \\ x_{17} = 673.3, x_{18} = 466.7, x_{19} = 593.3, x_{20} = 194.0, x_{21} = 233.3, x_{22} = 93.4, x_{23} = 66.7$$

$$Z_0 = 120562592.0 \text{ (元)} \text{ (约为 12056 万元)}$$

3.3.2 解普通线性规划问题 此问题在上述 3.3.1 线性规划的基础上作如下变动:

$$\text{第 (4) 个约束变为 } \sum_{i=1}^7 x_i \leq 15304.0 + 1530.4$$

$$\text{第 (5) 个约束变为 } \sum_{i=1}^5 x_i + x_8 \leq 16037.0 + 1603.7$$

$$\text{第 (6) 个约束变为 } x_6 \geq 800.0 + 80.0$$

$$\text{第 (24) 个约束变为 } x_{21} \geq 234.0 + 23.4$$

计算结果如下所示:

$$x_1 = 2000.0, x_2 = 2000.0, x_3 = 2000.0, x_4 = 2000.0, x_5 = 4887.7, x_6 = 880.0, x_7 = 266.7, x_8 = 1333.3, \\ x_9 = 133.3, x_{10} = 90.0, x_{11} = 2302.3, x_{12} = 193.3, x_{13} = 200.0, x_{14} = 193.3, x_{15} = 360.0, x_{16} = 326.7, \\ x_{17} = 673.3, x_{18} = 466.7, x_{19} = 593.4, x_{20} = 193.3, x_{21} = 2567.0, x_{22} = 93.3, x_{23} = 66.7$$

$$Z = Z_0 + d_0 = 8033017.1 \quad d_0 = -4489.0$$

3.3.3 解普通线性规划问题 在上述 3.3.1 线性规划的基础上作如下变动:

$$\text{目标函数变为 } \max s = \lambda$$

$$\text{第 (4) 个约束变为 } \sum_{i=1}^7 x_i + 1530.4\lambda \leq 15303.4 + 1530.3$$

$$\text{第 (5) 个约束变为 } \sum_{i=1}^5 x_i + x_8 + 1603.7\lambda \leq 16036.7 + 1503.7$$

$$\text{第 (6) 个约束变为 } x_6 + 80\lambda \geq 800 + 80$$

$$\text{第 (24) 个约束变为 } x_{21} + 23.3\lambda \geq 33.3 + 23.3$$

增加第 (29) 个约束:

$$3179.6x_1 + 3809.6x_2 + 6827.6x_3 + 3888.3x_4 + 7019.6x_5 + 6649.5x_6 + 3651.8x_7 + 4505.1x_8 + 4753.2x_9 \\ + 5282.3x_{10} + 5744.3x_{11} + 2324.3x_{12} + 6060.0x_{13} + 4300.8x_{14} + 4048.0x_{15} + 4048.5x_{16} + 4758.9x_{17} + 5791.1x_{18} \\ + 4713.8x_{19} + 1050.0x_{20} + 6654.8x_{21} + 5767.0x_{22} + 6000.0x_{23} + 67336.0\lambda \geq 120562592.0$$

增加第(30)个约束, $\lambda \leq 1$

模糊优化结果为:

$x_1=2000.0, x_2=2000.0, x_3=2000.0, x_4=2000.0, x_5=2000.0, x_6=80.0, x_7=267.0, x_8=1334.0,$
 $x_9=1334.0, x_{10}=90.0, x_{11}=2439.0, x_{12}=193.3, x_{13}=58.3, x_{14}=193.3, x_{15}=360.0, x_{16}=326.7,$
 $x_{17}=673.4, x_{18}=466.7, x_{19}=593.3, x_{20}=193.3, x_{21}=233.3, x_{22}=93.3, x_{23}=66.7, \lambda=1.0$

总产值 $Z=120435978$ (元)

4 结果分析与建议

从以上结果可以看出下述问题:

(1)当水稻种植面积在 10% 范围内浮动时,农业总产值将下降,说明了规划的目标和期望产生的效益是矛盾的。

(2)当希望增加粮食(水稻)产量时,应该适当减少马铃薯和蕃薯的种植面积,增加西瓜的种植面积,这样才能达到最大经济效益。

(3)在种植业内部,各主要作物的种植情况也基本符合要求,粮食作物与其他经济作物比例从原来的 7:3 已高于 4.5:5.5(按产值计算)。

根据结果分析(1)可知,当提高水稻种植面积时,产值下降,说明粮食和其他经济作物相比,价格仍相对偏低,建议政府及有关部门适当增加对农业生产的投入,鼓励农民生产粮食,发展“三高”农业。

5 结 论

从以上结果可以看出,运用模糊线性规划来解决带有模糊约束条件的一类中长期规划问题,具有一定的优越性,由于模糊线性规划,既注意发挥一般线性规划的优点,又考虑约束条件的模糊状况,并化为可运用通常的线性规划方法求解,算法易行,解决实际问题效果良好。

致谢 本研究得到陈振权教授指导;农业系统工程与管理工程94届硕士生李家锋同学的帮助,特此致谢!

参 考 文 献

李维铮,郭耀煌,甘应爱.1985.运筹学.北京:清华大学出版社,112~123

罗承忠.模糊集引论:上册.北京:北京师范大学出版社,315~360

何建坤,江道琪,陈松华.1985.实用线性规划及计算程序.北京:清华大学出版社,177~185

Zimmermann H J.1979.Fuzzy Programming and Linear Programming with Several Objectives. Fuzzy Sets and Systems. 1:45~55

THE APPLICATION OF FUZZY LINEAR PROGRAMMING IN THE OPTIMAL PROGRAMMING OF PLANTING OPERATIONS

Xu Xiuzheng¹ Huang Zhan² Chen Qinxin³

(1. Dept. of Basic Courses; 2. Dept. of Agronomy, South China Agr. Univ., Guangzhou, 510642;

3. Sanshui County Agr. Bureau, Guangdong Province)

Abstract

According to the natural conditions, ecological environment, and economic conditions of Sanshui county, Guangdong Province, and following the National and (Guangdong) provincial development plan, knowledge of fuzzy linear programming and computer usage was applied, and an optimal programming for planting operation in Sanshui for the year 1995 was worked out. Some suggestions are also put forward on the basis of the programme.

Key words linear programming, fuzzy linear programming