

颗粒农产品深床干燥过程的解析解法^{*}

I. 深床干燥过程的解析法

李长友¹ 邵耀坚¹ 上出顺一²

(1 华南农业大学工程技术学院, 广州, 510642; 2 日本国山形大学)

摘要 用指数模型表示单粒体二段降速干燥过程, 求解深床干燥基础方程, 给出表示颗粒农产品深床干燥过程的诸解析式, 说明求解法.

关键词 颗粒物料; 二段降速干燥; 深床干燥; 解析法

中图分类号 O 175.1

深床干燥与薄层干燥本质的区别, 在于深床下的风量比较小, 热风的温度、湿度随时间、料层位置的变动而变化. 对于单粒体降速干燥过程具有二段性(李长友等, 1995; 细川明等, 1971)的颗粒状农产品, 在深床下干燥时, 床上物料的脱水, 沿全床处于第一降速干燥段到两种干燥速率(下层进入第二段而上层仍处在第一段)并存段, 然后到全床处在第二降速段干燥的过程进行. 本文介绍对这一干燥过程的解析法, 给出表示颗粒农产品干燥诸特性的解析式.

1 单粒体去水特性

颗粒状物料, 单粒体的降速干燥过程具有二段性. 在第一降速段, 粒表面存在着自由水(干燥过程中能够除去的水分), 其蒸发受风速的影响, 迁出的速率与它占据粒体的外表面积有关. 假设该段内, 自由水占据的粒体外表面积与粒体总外表面积之比和自由含水比(自由水与总自由之比)成比例, 这样, 二段降速干燥过程都可表述如下:

$$-\frac{dM}{d\theta} = K_d(M - M_d), \quad (1)$$

在风速、温度、相对湿度恒定的条件下积分(1)式, 得(2)式所示的指数模型:

$$\frac{(M - M_d)}{(M_0 - M_d)} = A \cdot e^{-K_d \theta}. \quad (2)$$

引入干燥速率比函数(干燥速率与最大干燥速率之比) $f(\phi)$ (van Meel, 1958)后, 单粒体的干燥特性便可用图 1 所示的折线表示(李长友, 1994). 不同降速段内的干燥速率比随物料含水比的变化都被简化成直线.

在 $M_k \leq M \leq M_c$ 区间

$$\phi = \frac{M - M_{d1}}{M_c - M_{d1}},$$

在 $M_{d2} \leq M \leq M_k$ 区间

$$\phi = \frac{M - M_{d2}}{M_{c2} - M_{d2}}.$$

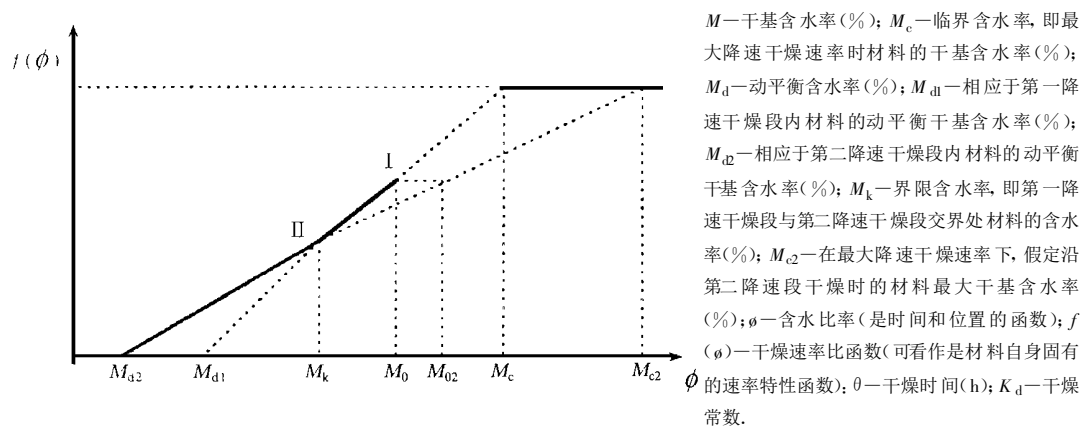


图 1 单颗粒干燥特性曲线

2 深床干燥基础方程

静置的深床干燥层内, 通入温度、含湿量恒定的热风. 假设, 其中的绝干空气的质量流量为 $G_0(\text{kg}/\text{h} \cdot \text{m}^2)$, 那么, 床上物料的去水过程可表示为微分方程(3)式(李长友等, 1993).

$$\frac{1}{f(\phi)} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \eta} + \phi - \phi_0 = 0. \tag{3}$$

无量纲层厚度 $\eta = \frac{\mu \gamma \alpha}{G_0} \cdot Z$; γ —有效蒸发面积系数; G_0 —绝干空气流量[$\text{kg}/(\text{h} \cdot \text{m}^2)$]; Z —干燥床深度(m); μ —单位时间内通过单位蒸发面积的干空气量[$\text{kg}/(\text{h} \cdot \text{m}^2)$]; α —比表面积(m^2/m^3).

3 深床干燥过程的解析法

深床干燥, 介质的温度、湿度是干燥时间和床深位置的函数. 在一般情况下, 还得不出(3)式的解析解, 但当单颗粒去水特性被简化为图 1 所示的折线后, 在各干燥段内(无论是恒速段还是降速段), 都可由方程(3)得出其解析式.

设干燥床入口处气流的含水比率 $\phi(0, \tau) = \phi_i$, 含湿量差 $H_w(0, \tau) - H(0, \tau) = x_0$, 由方程 $-\frac{\partial \phi}{\partial \tau} = x \cdot f(\phi)$ (李长友, 1994), 求积分 $\int_{\phi_0}^{\phi_i} \frac{1}{\phi} \cdot d\phi = - \int_0^\tau x_0 d\tau$, 得入口处物料的含水比率:

$$\phi_i = \phi_0 \cdot \exp(-x_0 \tau). \tag{4}$$

无量纲时间: $\tau = \frac{\theta \mu \alpha \gamma}{\rho_b (M_c - M_d)}$; 含湿量差 $x = H_w - H$; ρ_b —物料容积密度(kg/m^3); H —含湿量(每公斤绝干空气携带的水分量); H_w —湿球温度下气流的饱和含湿量; x_0 —入口处气流的含湿量差.

积水(3)式, 得干燥层内物料含水比率表示式:

$$\phi(\eta, \tau) = \frac{\phi_0 \cdot \phi_i \cdot \exp(\phi_0 \eta)}{\phi_0 - \phi_i [1 - \exp(\phi_0 \eta)]}, \tag{5}$$

把(4)式代入(5)式得任意时刻及任意床深位置物料含水比率计算式:

$$\phi(\eta, \tau) = \frac{\phi_0 \cdot \exp(\phi_0 \eta)}{\exp(-x_0 \tau) + \exp(\phi_0 \eta) - 1} \quad (6)$$

在 $(0, \eta)$ 内, 由(5)式求积分得任意层厚度内的平均含水比率表示式:

$$\bar{\phi}(\eta, \tau) = \frac{1}{\eta} \ln \frac{\phi_0 - \phi_i [1 - \exp(\phi_0 \eta)]}{\phi_0} \quad (7)$$

把(4)代入(7)式得任意时刻及某床深内物料的平均含水比率计算式:

$$\bar{\phi}(\eta, \tau) = \frac{1}{\eta} \ln \{ 1 + [\exp(\phi_0 \eta) - 1] \cdot \exp(-x_0 \tau) \} \quad (8)$$

由(8)式对时间求偏微分得某一层厚度 η 内的平均干燥速率:

$$-\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \tau} = \frac{x_0}{\eta} \left\{ \frac{[\exp(\phi_0 \eta) - 1] \cdot \exp(-x_0 \tau)}{1 + [\exp(\phi_0 \eta) - 1] \cdot \exp(-x_0 \tau)} \right\} \quad (9)$$

把(4)式代入(7)式后得某一层厚度 η 内的平均含水比率由 ϕ_0 降至某一平均值 $\bar{\phi}$ 所需的干燥时间:

$$\tau = \ln \frac{\exp(\phi_0 \eta) - 1}{\exp(\bar{\phi} \eta) - 1} \quad (10)$$

在此, 设热风入口处物料进入第二降速干燥段的最初时间为 τ_1 , 此时入口物料的含水比率为 ϕ_k . 由(4)式得 τ_1 计算式:

$$\tau_1 = \frac{1}{x_0} \ln \frac{\phi_0}{\phi_k} \quad (11)$$

此后, 热风入口处物料的含水比率可表示为:

$$\phi_i = \phi_k \cdot \exp[-x_0(\tau - \tau_1)] \quad \tau \geq \tau_1 \quad (12)$$

设无量纲干燥层总厚度为 η_L , 热风出口处物料含水比率为 ϕ_L , 由(5)式得:

$$\phi_L = \frac{\phi_0 \cdot \phi_i \cdot \exp(\phi_0 \eta_L)}{\phi_0 - \phi_i [1 - \exp(\phi_0 \eta_L)]} \quad (13)$$

设 ϕ_L 降至 ϕ_k 时, 所需的干燥时间为 τ_2 , 由(12)和(13)式得:

$$\tau_2 = \tau_1 + \frac{1}{x_0} \ln \left[\frac{\phi_k}{\phi_0} + (1 - \ln \frac{\phi_k}{\phi_0}) \cdot \exp(\phi_0 \eta_L) \right] \quad (14)$$

由(5)式知, 界限含水比率 ϕ_k 与热风入口处物料含水比率 ϕ_i 和界限水分所处的床深位置 η_k 之间存在下列各关系式:

$$\phi_k = \frac{\phi_0 \cdot \phi_i \cdot \exp(\phi_0 \eta_k)}{\phi_0 - \phi_i [1 - \exp(\phi_0 \eta_k)]} \quad (15)$$

$$\phi_i = \frac{\phi_0 \cdot \phi_k}{[(\phi_0 - \phi_k) \cdot \exp(\phi_0 \eta_k)] + \phi_k} \quad (16)$$

$$\eta_k = \frac{1}{\phi_0} \ln \left[\frac{\phi_k (\phi_i - \phi_0)}{\phi_i (\phi_k - \phi_0)} \right] \quad (17)$$

把(12)式代入(17)式得:

$$\eta_k = \frac{1}{\phi_0} \ln \left\{ \frac{\phi_k - \phi_0 \cdot \exp[x_0(\tau - \tau_1)]}{\phi_k - \phi_0} \right\} \quad (18)$$

把(12)式代入(5)得, $0 \leq \eta \leq \eta_k$ 内的含水比率分布:

$$\phi_2(\eta, \tau) = \frac{\phi_0 \cdot \phi_k \cdot \exp(\phi_0 \eta)}{\phi_0 \exp[x_0(\tau - \tau_1)] + \phi_k \cdot \exp(\phi_0 \eta) - 1} \quad (19)$$

把(16)式代入(5)式, 得 $\eta_k \leq \eta \leq \eta_L$ 内的含水比率分布:

$$\phi_1(\eta, \tau) = \frac{\phi_0 \phi_k \exp[\phi_0(\eta - \eta_k)]}{\phi_0 - \phi_k + \phi_k \exp[\phi_0(\eta - \eta_k)]} \quad (20)$$

沿干燥层厚度方向积分(20)式得, $\eta_k \leq \eta \leq \eta_L$ 内的平均含水比率分布:

$$\bar{\phi}_1(\eta, \tau) = \frac{1}{\eta - \eta_k} \ln \frac{\phi_0 - \phi_k \{1 - \exp[\phi_0(\eta - \eta_k)]\}}{\phi_0} \quad (21)$$

在 $[0, \eta_k]$ 区间上积分(19)式, 得 $0 \leq \eta \leq \eta_k$ 内的平均含水比率:

$$\bar{\phi}_2(\eta, \tau) = \frac{1}{\eta_k} \ln \{1 + \frac{\phi_k}{\phi_0} [\exp(\phi_0 \eta_k) - 1] \exp[-x_0(\tau - \tau_1)]\} \quad (22)$$

由(21), (22)式, 得任意厚度 η 层内的平均含水比率:

$$\bar{\phi} = \frac{1}{\eta} [(\eta - \eta_k) \bar{\phi}_1 + \eta_k \bar{\phi}_2], \quad \eta \geq \eta_k \quad (23)$$

(20)式知: $\frac{\partial \phi_1}{\partial \eta} = -\frac{\partial \phi_1}{\partial \eta_k}$, 于是存在降水速率关系式:

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial \tau} = \frac{\partial \phi_1}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial \tau} = -\frac{\partial \phi_1}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial \eta_k}{\partial \tau} \quad (24)$$

由(18)、(20)、(24)式得 $\eta_k \leq \eta \leq \eta_L$ 内的干燥速率分布:

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial \tau} = \frac{\phi_0^2 \phi_k (\phi_0 - \phi_k) \exp[\phi_0(\eta - \eta_k)]}{\{\phi_0 - \phi_k + \phi_k \exp[\phi_0(\eta - \eta_k)]\}^2} \cdot \frac{x_0 \{\phi_0 - \phi_k [\exp(-\phi_0 \eta_k) - 1]\}}{\phi_0 (\phi_0 - \phi_k)} \quad (25)$$

沿干燥床深方向积分, 得任意厚度 η ($\eta_k \leq \eta \leq \eta_L$) 层内的平均干燥速率:

$$\frac{\partial \bar{\phi}_1}{\partial \tau} = -\frac{\phi_k \{\exp[\phi_0(\eta - \eta_k)] - 1\}}{\phi_0 + \phi_k \{\exp[\phi_0(\eta - \eta_k)] - 1\}} \cdot \frac{x_0 \{\phi_0 - \phi_k [\exp(-\phi_0 \eta_k) - 1]\}}{\phi_0 \phi_k (\eta - \eta_k)} \quad (26)$$

用以上相同的方法由(19)式, 求得 $0 \leq \eta \leq \eta_k$ 内的平均干燥速率:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\phi}_2}{\partial \tau} = & -\frac{1}{\eta_k} \cdot \frac{x_0 \{1 + \frac{\phi_k}{\phi_0} [\exp(-\phi_0 \eta_k) - 1]\}}{1 - \phi_k \phi_0^{-1}} \cdot \\ & \left\{ \frac{\exp(\phi_0 \eta_k)}{\phi_0 \phi_k^{-1} \exp[x_0(\tau - \tau_1)] + \exp(\phi_0 \eta_k) - 1} - \frac{\phi_k \exp[-x_0(\tau - \tau_1)]}{\phi_0} \right\} \end{aligned} \quad (27)$$

由(26)、(27)式, 得任意厚度 η 层内的平均干燥速率:

$$\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \tau} = \frac{1}{\eta} [(\eta - \eta_k) \frac{\partial \bar{\phi}_1}{\partial \tau} + \eta_k \frac{\partial \bar{\phi}_2}{\partial \tau}], \quad \eta \geq \eta_k \quad (28)$$

在全层物料进入第 2 降速干燥段以后, 层内的含水比率分布理论式与 $[0, \eta_k]$ 内的含水比率分布式相同, 把(12)式代入(5)式得:

$$\phi(\eta, \tau) = \frac{\phi_0 \phi_k \exp[-x_0(\tau - \tau_1)] \exp(\phi_0 \eta)}{\phi_0 + \phi_k \exp[-x_0(\tau - \tau_1)] [\exp(\phi_0 \eta) - 1]}, \quad \tau \geq \tau_2 \quad (29)$$

干燥层内的平均含水比率分布:

$$\bar{\phi} = \frac{1}{\eta} \ln \left\{ \frac{\phi_0 + \phi_k \exp[-x_0(\tau - \tau_1)] [\exp(\phi_0 \eta) - 1]}{\phi_0} \right\}, \quad \tau \geq \tau_2 \quad (30)$$

干燥层内的平均干燥速率:

$$\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \tau} = \frac{x_0}{\eta} \left\{ \frac{\phi_k [\exp(\phi_0 \eta) - 1] \exp[-x_0(\tau - \tau_1)]}{\phi_0 + \phi_k [\exp(\phi_0 \eta) - 1] \exp[-x_0(\tau - \tau_1)]} \right\}, \quad \tau \geq \tau_2 \quad (31)$$

4 结语

引入干燥速率比函数, 把可用指数模型分段表示的单粒体干燥过程, 简化为图 1 中所示

的折线.求解了深床干燥基础方程;给出了颗粒物料在深床干燥过程中,物料含水比率和介质状态随床深度和时间变化的诸解析式;列出了物料干燥降至任意含水状态时,所需的干燥时间及所处的床深位置计算式,并给出了任意层厚度内的物料平均含水比率、平均干燥速率及任意时刻,任意位置上的物料干燥速率计算式;说明了深床干燥过程的解析解法.文中的各解析式,可应用于解析颗粒物料在深床下的干燥过程,分析干燥参数,指导干燥设计,但对于农产品这种生物体材料,恒速蒸发,物料不一定是等温过程,因此,其临界水分不一定是恒定值,可能受干燥条件和材料干燥历史、组织结构等自身因素的影响.同时由于指数模型,不真正反映颗粒物料薄层干燥的机理,仅在于它可以较精确地分段表示出物料的降速干燥过程.为此,要提高计算精度,准确把握颗粒农产品深床干燥过程,在应用过程中,有必要对物性参数、颗粒表面的有效蒸发面积及实际干燥过程中非水分蒸发热损失带来的负面影响等做进一步的研究.

参 考 文 献

- 李长友,上出顺一. 1993. 小麦干燥机理的研究. 农业工程学报, 9(1): 83~91
 李长友,邵耀坚,上出顺一. 1995. 小麦薄层干燥特性研究. 华南农业大学学报, 16(3): 1~5
 李长友. 1994. 颗粒农产品干燥机理及应用技术基础研究; [学位论文]. 广州: 华南农业大学工程技术学院
 细川明,本桥国司. 1971. 一粒のモミの乾燥特性. 农业机械学会志, 33(1): 593~601
 van Meel D A. 1958. Adiabatic convection batch drying with recirculation of air. Chemical Engineering Science, 9: 36~44

AN ANALYTICAL SOLUTION OF GRANULAR AGRICULTURAL PRODUCTS IN A DEEP-BED DRYING PROCESS

I. AN ANALYTICAL SOLUTION OF A DEEP-BED DRYING PROCESS

Li Changyou¹ Shao Yaojian¹ Kamide Junichi²

(1 College of Polytechnic South China Agric. Univ., Guangzhou, 510642; 2 Yamagata University, Japan)

Abstract

An exponential model was used to express the two-stage deceleration drying rate process in a single grain and the theoretical equation of deep-bed drying was solved. This paper shows various analytical equations of granular agricultural produce in a deep-bed drying process and a method of analytical solution.

Key words granular produce; two-stage deceleration drying rate; deep-bed drying; analytical solution