

神经网络中的多维 MP 模型

钟谭卫

(华南农业大学 理学院, 广东 广州 510642)

摘要:对著名的神经元数学模型 MP 模型进行了研究,提出了一种多维 MP 模型. 用数学方法给出了一个多维非线性变换,推广了神经网络的基本问题. 并给出了多维 MP 模型的电路实现.

关键词:MP 模型; 多维系统; 阈值变换

中图分类号:O236

文献标识码:A

文章编号:1001-411X(2004)02-0121-02

Multidimensional MP model in neural network

ZHONG Tan-wei

(College of Science, South China Agric. Univ., Guangzhou 510642, China)

Abstract:In this study, we researched a well-known neural network modeling—MP modeling and suggest a new multidimensional MP modeling. A nonlinear multidimensional transformation was achieved by mathematical method, extending the basic problems of neural networks, and realizing a circuit of multidimensional MP modeling.

Key words:MP model; multidimensional system; threshold transformation

神经网络理论在 50 多年的发展历史中,它的进展一直与“人工智能”密切相关. 1943 年,心理学家 McCulloch 和数学家 Pitts 提出了神经元的数学模型,称之为 MP 模型,从此开创了神经科学理论研究的时代^[1]. 在 20 世纪 70 年代,由于受计算机线路微型化的限制,又使人工智能在机器中得以重视,于是,神经网络理论及其应用的研究得到了很大的发展. 特别是 1982 年, Hopfield 提出的 HNN 模型^[2],为实现神经计算机的研究奠定了基础,同时开拓了神经网络用于联想记忆和优化计算的新途径.

用现代数学研究神经网络系统是一个非常吸引人的课题. 由于非线性科学的迅速发展,给神经网络的研究提供了强有力的工具. 人们从算法理论、大系统稳定性、数学建模与分析及收敛性等方面对神经网络进行了深入探索,取得了很多优秀成果^[3,4].

本文是根据神经元的基本特征和对其内部机制分析,运用了现代数学理论结合模型分析,把著名的 MP 模型从 R^1 推广到 R^n 维空间,并且给出了一个巧妙的非线性阈值型变换,得到了一种全新的多维 MP 模型,并用多维系统的电路进行实现.

1 神经元的系统理论及二维神经元

在众多的神经元中,对于每个神经元,可以把它当成一个黑箱系统,互连神经元的刺激及外界的直

接刺激称为输入信息,而神经元在这些刺激之下是兴奋还是抑制(即活性状态),则将由神经元的内部机制(即阈值)来确定,下面给出它的数学描述,即一维 MP 模型^[1].

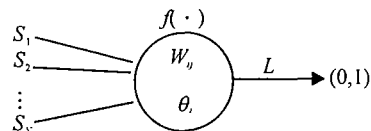
设有 N 个神经元互连,每个神经元的活性状态 S_i ($i = 1, 2, \dots, N$) 取 0 或 1, 分别代表抑制与兴奋. 若以单个神经元当作系统,则每一神经元的活性状态称为该神经元系统的输出信息. 输出信息按下述规则受互连神经元的制约:

$$S_i = f\left(\sum_{j=1}^N W_{ij} S_j - \theta_i\right), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

其中: θ_i 为神经元 i 的阈值, W_{ij} 为神经元 i 与神经元 j 之间突触连接强度(权值),而函数 f 是一阶跃函数:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{当 } x \geq 0 \\ 0, & \text{当 } x < 0 \end{cases} \quad (2)$$

上述模型可以由图 1 来表示, L 代表被讨论神



S_i ——神经元的输入信息 input information, $f(\cdot)$ ——对神经元的输出函数 output function, θ_i ——神经元 i 的阈值 threshold, W_{ij} ——神经元 i 与神经元 j 之间突触连接强度 link strength, L ——神经元的输出信息 output information

图 1 一维 MP 模型

Fig. 1 one-dimension MP neural network model

经元的输出信息,由互连神经元的外界及它内部结构阈值决定,并且满足关系式(1).

显然,在上述数学模型中,无论是它的输入 $W_{ij}S_j$, 还是它的输出 S_i 都是一个一维实数. 假定该系统的其他条件不变,而每个神经元中都包含着互不相干的2组信息,例如:一组是管语言刺激的,另一组则是由颜色刺激的,它们同时作用于同一神经元,并且这2组信息是互不相干的,于是在该神经元的输出端将得到的是关于2组信息的输出结果:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

对这4种情况中的每一种,可定义如下的概念:

定义1 若神经元的输入输出同时包含2组互不相干的信息,则称它是二维输入输出系统神经元.

二维系统神经元的输入输出均是二维向量

$$\vec{W}_{ij}\vec{S}_j = W_{ij} \begin{pmatrix} S_{j1} \\ S_{j2} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

其中, W_{ij} 为互连突触强度, S_{j1} 、 S_{j2} 分别表示对不同情况信息的活性状态,按照神经元的内部机制,将输入向量转变为(3)中的一个,作为它的输出结果.

定义2 设 $F: R^2 \rightarrow R^2$ 是一个变换,若

$$Z = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \quad FZ = \begin{pmatrix} x_1^* \\ x_2^* \end{pmatrix}$$

其中,

$$x_i^* = \begin{cases} 1, & x_i \geq 0 \\ 0, & x_i < 0 \end{cases} \quad i = 1, 2$$

则称 F 为阈值型变换.

2 二维输入输出系统的 MP 模型

从上述的二维系统神经元和阈值型变换的概念,可以得到以下结论.

定理1 设有 N 个二维系统神经元互连,每个神经元系统输出(活性状态) $\vec{S}_i$ 由 $(0,0)^T$, $(0,1)^T$, $(1,0)^T$, $(1,1)^T$ 中的一个向量表示,则互连神经元符合下述规则:

$$\vec{S}_i = F\left(\sum_{j=1}^N W_{ij}\vec{S}_j - \vec{\theta}_i\right), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (5)$$

其中, $\vec{\theta}_i = (\theta_{i1}, \theta_{i2})^T$ 为阈值向量, W_{ij} 为互连突触强度, F 是阈值型变换.

证明: 由于 $\vec{S}_i$ 中各分量 S_{i1} , S_{i2} 均满足 MP 条件,阈值型变换的每一分量也满足(1)式中的 $f(x)$, 结论显然成立.

以上结论可以进一步推广到 R^n 中去.

定义3 设系统神经元的输入输出信息同时包含 n 个互不相干的信息,则称它是 n 维输入输出神经元系统.

定义4 设 $F: R^n \rightarrow R^n$ 是一个变换,若

$$Z = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T, FZ = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)^T$$

其中,

$$x_i^* = \begin{cases} 1, & x_i \geq 0 \\ 0, & x_i < 0 \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

则称 F 为 n 维阈值变换.

类似定理1,笔者有以下结论.

定理2 设有 N 个 n 维神经元系统,每个神经元的活性状态(输出信息)由向量 $Z = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)^T$ 表示,其中 $x_i^* \in \{0, 1\}$ ($i = 1, 2, \dots, N$),则神经元的连接按下述规则:

$$\vec{S}_i = F\left(\sum_{j=1}^N W_{ij}\vec{S}_j - \vec{\theta}_i\right), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (6)$$

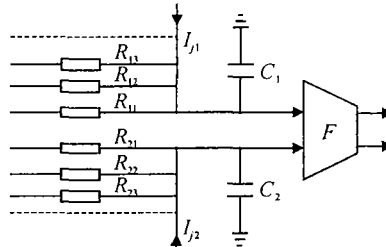
其中, $\vec{\theta}_i = (\theta_{i1}, \theta_{i2}, \dots, \theta_{in})^T$ 为阈值向量, W_{ij} 为互连突触强度, F 是 n 维阈值变换.

利用上述多维 MP 模型,可以把许多模型放在高维空间研究,从而可以使神经网络系统理论的研究和应用在更大的范围内进行.

3 多维神经元系统的电路实现

在本节的讨论中笔者对二维神经元系统进行电路实现. 对于 n 维神经元系统的电路实现类似于二维情况,可得到平行的结论.

根据 RC 网络的原理和二维 MP 模型,得到二维 MP 模型的电路图(图2).



C_i 为输入电容 input electric capacity; R_{ij} 为输入电阻 input resistance; I_{ji} 为输入电流 input electric current; F 为运算放大 operation amplifier

图2 二维 MP 模型的电路图

Fig. 2 Electric circute of two-dimension MP model

参考文献:

- [1] McCulloch W S, PITTS W. A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity[J]. Bull Math Biophys, 1943, (5): 115-133.
- [2] HOPFIELD J J. Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities[J]. Proc Natl Acad Sci, U S A, 1982, (79): 2 554-2 558.
- [3] 焦李成. 神经网络系统理论[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1990. 1-50.
- [4] 彭宏. 带有时滞的神经网络的稳定性[J]. 杭州大学学报, 1997, 24(4): 306-311.

【责任编辑 李晓卉】