

水田叶轮结构分析的有限元法

李 僎 才

(农机系)

摘 要

本文用有限元结构分析的直接刚度法、对农机常用的平面杆系叶轮结构进行了应力分析。计算的特点是采用圆弧单元。在分析中将叶轮简化为一个在轮壳处的节点为固定端。荷载可作用在任意节点的平面刚架的力学模型。用TRS—80二级BASIC语言编写程序。此程序亦可以计算由圆弧与直杆组合的相类刚架。

最后,以我国2Z系列机动水稻插秧机的水田叶轮为实例,计算了它在理想的工况下的应力与变形。此题用美国扩充至48KB RAM的TRS—80Model I微型电子计算机计算,约需机时20分钟。

前 言

在研制农机行走结构中,常会遇到地轮结构的设计问题。但这方面的文献较少。

在杆系结构的地轮方面,仅在六十年代初期,有过一些计算与试验研究。但手算冗繁,使设计者望而却步。有人曾用KANI法作多次迭代求解,可较快得出结果。但此法是以直杆的转角位移方程为基础的^[4],直接引用于曲杆的轮圈计算,理论上欠妥。这只有在辐条数较多,用多段直杆逼近圆弧,其误差在允许范围之内时才是合理的。

至于板、壳及三维连续体结构的轮子方面,过去是难以计算的。自从电子计算机问世以来,有限元法的迅速发展,目前理论上已不存在困难。近年已见国外有此类文献发表^[5]。

鉴于我国电子计算机日益增多,不少单位均配备了进口的微型计算机。为了普及此类电子计算机的应用,以及弥补上述杆系结构地轮计算的不足。本文用有限元法对平面杆系叶轮进行计算。其中重点介绍国内资料较少的圆弧单元^{[1][2]},这对于计算辐条数少的圆轮结构特别有利。1980年6月曾用美国WANG—2200微型计算机扩充BASIC语言编写程序算出结果。后来考虑到此种计算机国内不多,而数量较多的是易于普及的美国TRS—80 Model I微型机,且最近国内及香港已有生产,乃改用TRS—80二级BASIC语言编写程序。由于内存不足仅用单精度(有效数字6位)计算。故其结果比用WANG—2200微型机计算(有效数字13位)稍有不同,而且解题时间延长一倍。

* 本文承华南工学院罗崧发教授审阅,谨致谢意。

最后, 选取我国 2Z 系列机动插秧机的水田叶轮为实例, 给出其计算全部结果, 以供用户用此程序算题时参考。

一、力学模型、单元划分与坐标变换

1. 力学模型 农机常用的典型杆系水田叶轮如图 1 所示。它一般具有如下几个特点:

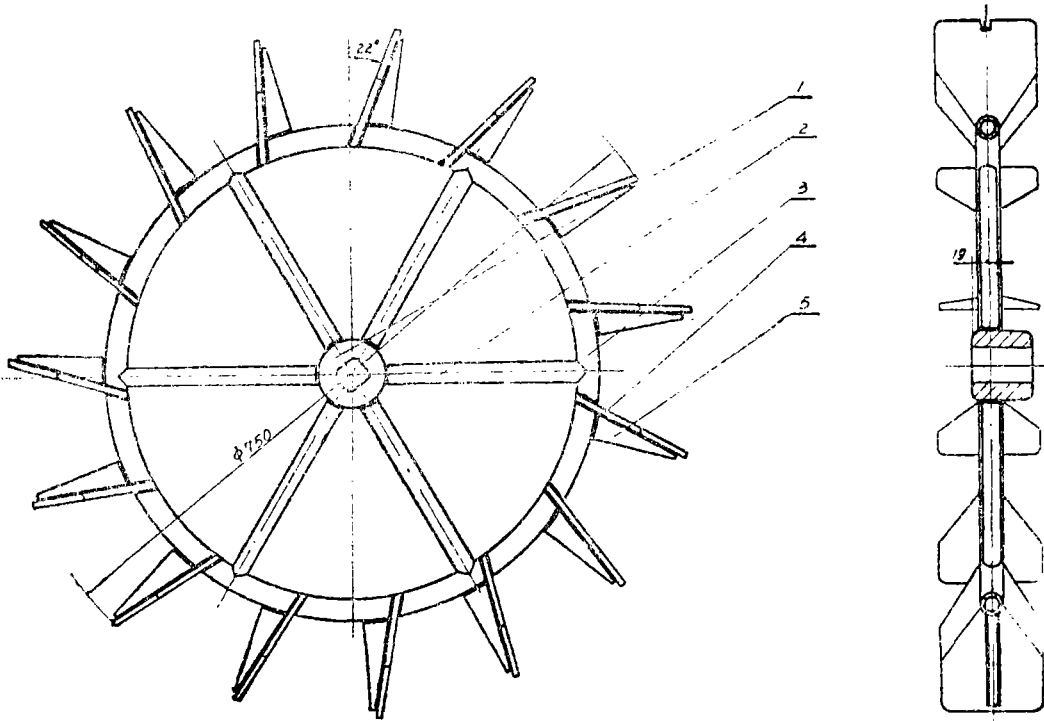


图 1 2Z 系列机动插秧机水田叶轮

1、轮毂 2、辐轮 3、轮圈 4、叶片 5、加强筋

- (1) 轴向结构尺寸与轮外径相比小得多;
- (2) 轮毂的刚度与轮辐和轮圈相比大得多, 可以视为刚体;
- (3) 大多采用焊接结构;
- (4) 主要承受轮辐平面上的平面荷载;
- (5) 荷载由轮叶传给轮圈, 由轮圈、辐条与轮毂组成承载结构。

根据以上情况, 可以把叶轮简化如图 2 所示, 一个轮毂固定, 结构上任点可承受平面荷载的平面刚架来研究。

若以带横杆的符号表示叶轮整体结构坐标, 取此坐标原点与轮心重合, \bar{X} 轴正向为水平向右, 再按右手定则决定 \bar{Y} 与 \bar{Z} 轴。约定绕 \bar{Z} 轴逆时针转向的弯矩为正, 同坐标轴方向的力与位移为正。

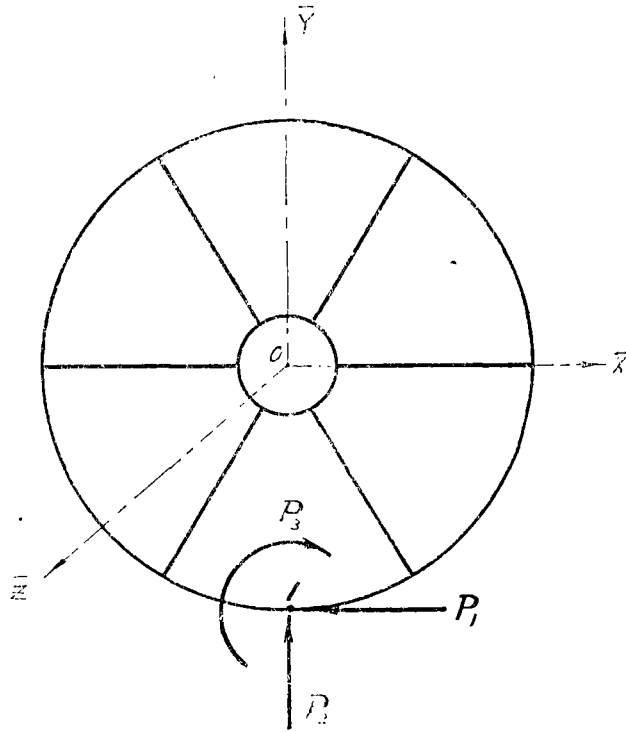


图2 叶轮的力学模型

由于平面刚架上，每点有三个自由度。即可以有 X 、 Y 方向的线位移和 Z 方向的角位移，统称为广义位移。故此相应亦有这三个方向的广义力。荷载可以用节点广义力的形式施加于结构上任意点，从受力的状态看来，最不利的时候是节点荷载位于两辐条之间的轮缘上。如图2中的点1。根据上述假定，辐条与轮毂相接各点均为固端，此处每点的广义位移为零。

2. 单元剖分 由叶轮的力学模型可见，它是由直杆与圆弧杆所组成。故可以将其剖分离散为两种单元来研究。

用带圈圆的号码为单元的编码标注于杆侧，将图2的力学模型划分为13个单元如图3。每单元的首端定为 i ，末端定为 j 。单元与单元相交的点称为节点，节点编码如图3所示。

3. 坐标变换 每个单元有6个分量组成的杆端力向量 $\{S\}^e$ 和位移向量 $\{U\}^e$ 。其右上角数字 e 表示单元码。这些向量可以用结构坐标（在各量上面标注横杆以识别）或固结于每个单元上的局部坐标来表示。下面分述两种单元局部坐标的选取及向量的坐标变换：

(1) 直杆单元：选取直杆单元的局部坐标如图4。它是由单元首端 i 至末端 j 的指向定为 X 轴，按右手法则定出 Y 与 Z 轴。约定逆时针的弯矩或转角为正，同坐标轴指向的

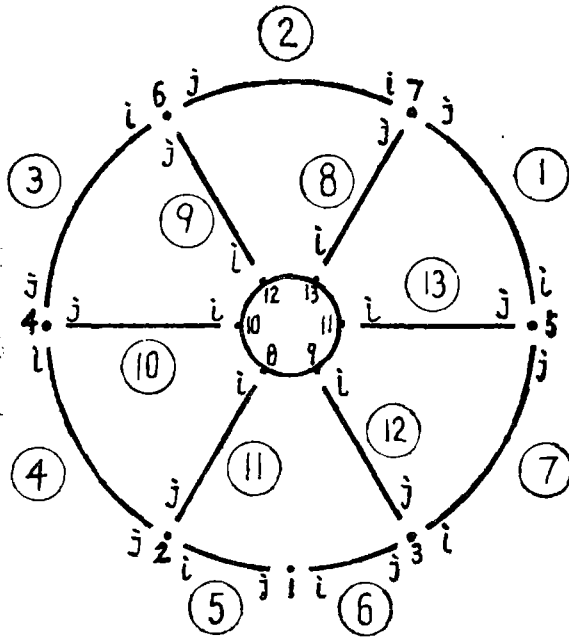


图3 叶轮力学模型的单元剖分

力与线位移为正。图4中表示对两种坐标的正向的杆端力（位移向量情况相同）。它们之间的变换关系为：

$$\begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{pmatrix}^e = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{S}_1 \\ \bar{S}_2 \\ \bar{S}_3 \\ \bar{S}_4 \\ \bar{S}_5 \\ \bar{S}_6 \end{pmatrix}^e$$

上式简写成 $\{S\}^e = [T_1] \{\bar{S}\}^e$ 。其中 $[T_1]$ 称为直杆单元的坐标变换矩阵。相应的位移向量亦有 $\{U\}^e = [T_1] \{\bar{U}\}^e$

(2) 圆弧单元：选取圆弧单元的局部坐标如图5。切向轴T由单元首端至末端的方向为正。径向轴R背向圆弧中心的指向为正。逆时针的转角 θ 为正。图中亦标出了对两种坐标的正向杆端力（位移的情况亦同）。其坐标变换关系如下：

圆弧单元首端i

$$S_1 = \bar{S}_2 \cos\theta_i - \bar{S}_1 \sin\theta_i$$

$$S_2 = \bar{S}_2 \sin\theta_i + \bar{S}_1 \cos\theta_i$$

$$S_3 = \bar{S}_3$$

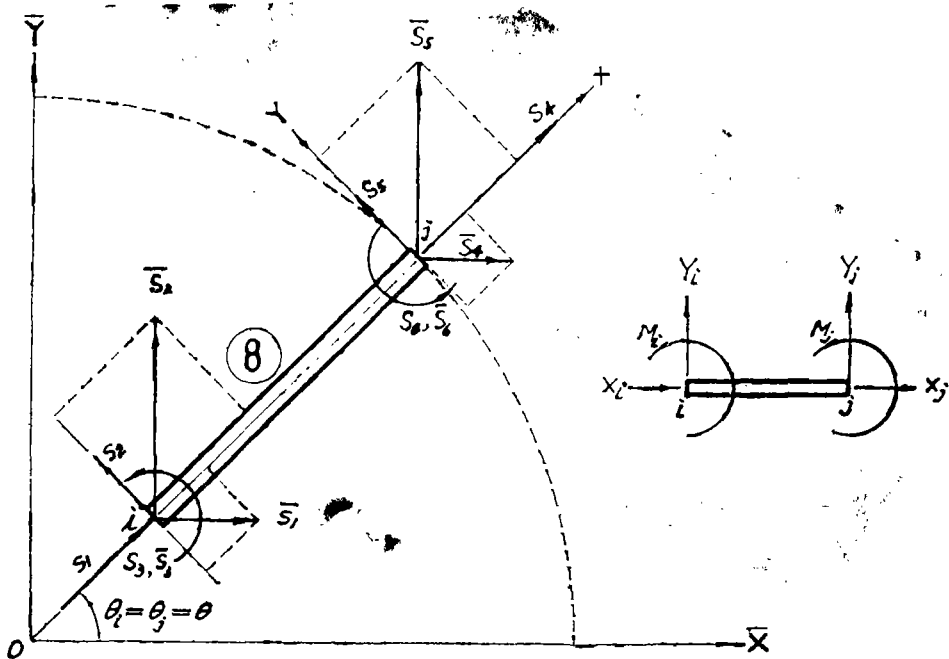


图4 直杆单元的局部坐标与杆端力

圆弧单元末端j:

$$S_4 = \bar{S}_6 \cos \theta_j - \bar{S}_4 \sin \theta_j$$

$$S_5 = \bar{S}_6 \sin \theta_j + \bar{S}_4 \cos \theta_j$$

$$S_6 = \bar{S}_6$$

将以上关系写成矩阵形式得:

$$\begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{pmatrix}^e = \begin{pmatrix} -\sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cos \theta_i & \sin \theta_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & -\sin \theta_j & \cos \theta_j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \theta_j & \sin \theta_j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{S}_1 \\ \bar{S}_2 \\ \bar{S}_3 \\ \bar{S}_4 \\ \bar{S}_5 \\ \bar{S}_6 \end{pmatrix}^e$$

上式简写成 $\{S\}^e = [TO] \{\bar{S}\}^e$ 。其中 $[TO]$ 称为圆弧单元的坐标变换矩阵。相应对单元的位移向量亦有

$$\{U\}^e = [TO] \{\bar{U}\}^e$$

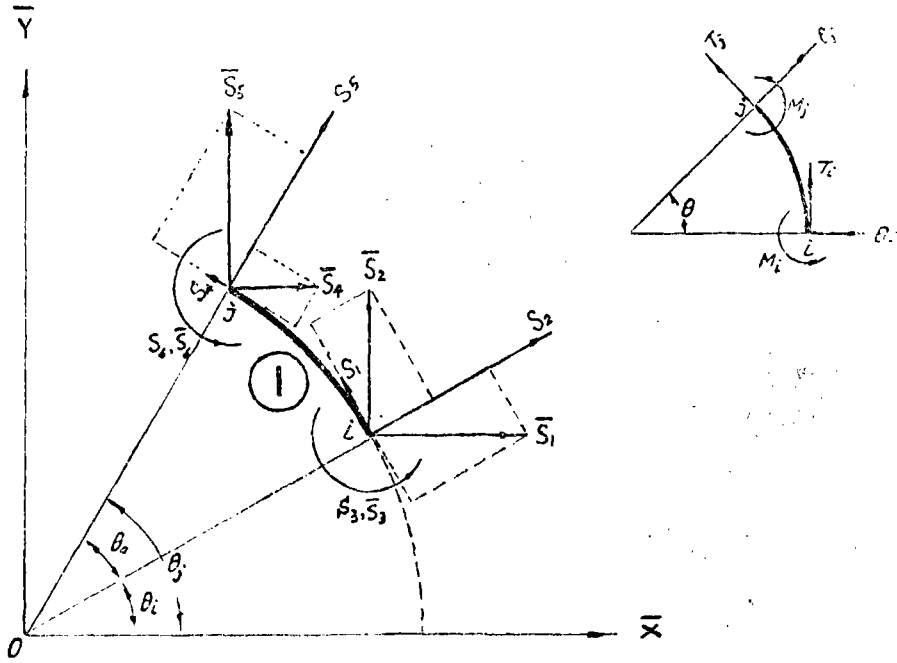


图5 圆弧单元的局部坐标与杆端力

二、单元刚度矩阵

1. 圆弧单元刚度矩阵 试考察图6所示任意一圆弧单元。在首、末i与j端的杆端

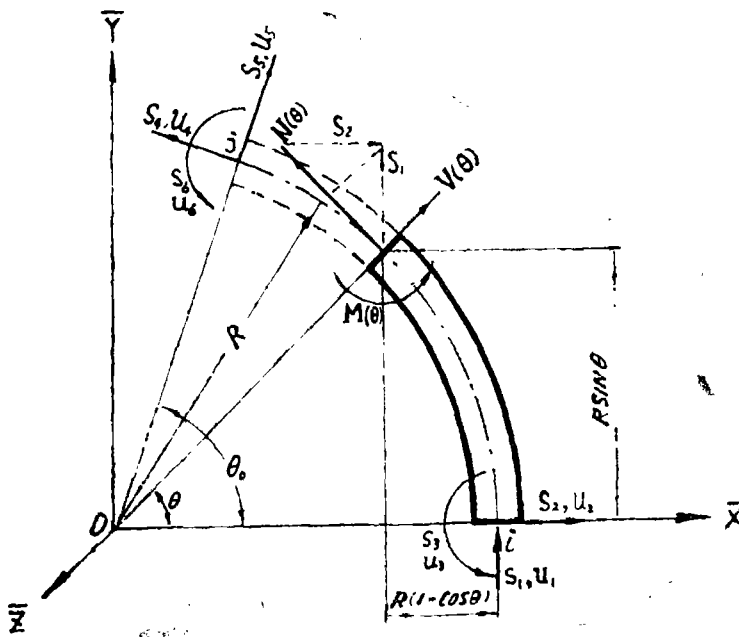


图6 圆弧单元

力和杆端位移均用局部坐标表示如图。在距杆端*i*任意角 θ 处的横截面上,其内力有轴力 $N(\theta)$,剪力 $V(\theta)$ 及弯矩 $M(\theta)$ 。

一般而言,结构受荷载后,圆弧单元有轴向、弯曲、剪切和扭转四种变形。因后两种变形的影响较微而忽略之。则圆弧单元的应变能 U 为

$$U = \frac{1}{2} \int_0^{\theta_0} \left[\frac{M^2}{EI} + \frac{N^2}{AE} \right] R d\theta$$

此处 E ——材料弹性模量

A ——圆弧单元截面积

θ_0 ——圆弧单元夹角, $\theta_0 = \theta_j - \theta_i$

I ——圆弧单元截面对 Z 轴的惯性矩

分下面两种情况研究,然后再综合其结果。

(1) 单元的*j*端约束 ($U_j = U_s = U_\theta = 0$)

距杆端*i*任意角度 θ 处截面上的弯矩 M 和轴力 N ,由图6可见,可由下式计算:

$$M = S_1 R(1 - \cos\theta) + S_2 R \sin\theta + S_3$$

$$N = S_1 \cos\theta - S_2 \sin\theta$$

将 M, N 的表达式代入 U

$$U = \frac{1}{2EI} \int_0^{\theta_0} [S_1 R(1 - \cos\theta) + S_2 R \sin\theta + S_3]^2 R d\theta \\ + \frac{1}{2EA} \int_0^{\theta_0} (S_1 \cos\theta - S_2 \sin\theta)^2 R d\theta$$

根据Castigliano定理,积分后便得单元*i*端的广义位移:

$$U_1 = \frac{\partial U}{\partial S_1} = \frac{R^2}{EI} [S_1 R(\frac{3}{2}\theta_0 - 2\sin\theta_0 + \frac{1}{4}\sin 2\theta_0) \\ - S_2 R(\cos\theta_0 + \frac{1}{2}\sin^2\theta_0 - 1) + S_3(\theta_0 - \sin\theta_0)] \\ + \frac{R}{EA} [S_1(\frac{\theta_0}{2} + \frac{1}{4}\sin 2\theta_0 \text{注}) - \frac{S_2^2}{4}(1 - \cos 2\theta_0)]$$

$$U_2 = \frac{\partial U}{\partial S_2} = \frac{R^2}{EI} [-S_1 R(\cos\theta_0 + \frac{1}{2}\sin^2\theta_0 - 1) \\ + S_2 R(\frac{\theta_0}{2} - \frac{1}{4}\sin 2\theta_0) - S_3(\cos\theta_0 - 1)] \\ + \frac{R}{EA} [-S_1 \frac{(1 - \cos 2\theta_0)}{4} + S_2(\frac{\theta_0}{2} - \frac{\sin 2\theta_0}{4})]$$

$$U_3 = \frac{\partial U}{\partial S_3} = \frac{R}{EI} [S_1 R(\theta_0 - \sin\theta_0) - S_2 R(\cos\theta_0 - 1) + S_3 \theta_0]$$

注• 文献〔1〕此处有误,已改正。

以上结果可以归纳写成矩阵形式:

$$\begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{Bmatrix} = \frac{R^3}{EI} \begin{pmatrix} Z_1 & & \text{对称} \\ Z_2 & Z_4 & \\ Z_3 & Z_5 & Z_6 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{Bmatrix}$$

$$\text{此处 } Z_1 = \frac{3}{2}\theta_0 - 2\sin\theta_0 + \frac{1}{4}\sin 2\theta_0 + \frac{I}{AR^2} \left(\frac{\theta_0}{2} + \frac{1}{4}\sin 2\theta_0 \right)$$

$$Z_2 = 1 - \cos\theta_0 - \frac{1}{2}\sin^2\theta_0 - \frac{I}{4AR^2} (1 - \cos 2\theta_0)$$

$$Z_3 = \frac{1}{R} (\theta_0 - \sin\theta_0)$$

$$Z_4 = \frac{1}{2}\theta_0 - \frac{1}{4}\sin 2\theta_0 + \frac{I}{AR^2} \left(\frac{\theta_0}{2} - \frac{1}{4}\sin 2\theta_0 \right)$$

$$Z_5 = -\frac{1}{R} (\cos\theta_0 - 1)$$

$$Z_6 = \frac{1}{R^2}\theta_0$$

$$\text{上式可简写成: } \{U\} = \frac{R^3}{EI} [A] \{S\}$$

为了求刚度矩阵将此式转换为

$$\{S\} = \frac{EI}{R^3} [A]^{-1} \{U\}$$

对矩阵 [A] 求逆, 并取如下符号:

$$W_1 = Z_4 Z_6 - Z_5^2$$

$$W_2 = Z_3 Z_5 - Z_2 Z_6$$

$$W_3 = Z_2 Z_5 - Z_3 Z_4$$

$$W_4 = Z_1 Z_6 - Z_3^2$$

$$W_5 = Z_2 Z_3 - Z_1 Z_5$$

$$W_6 = Z_1 Z_4 - Z_2^2$$

$$B = Z_1 Z_4 Z_6 + 2Z_2 Z_3 Z_5 - Z_5^2 Z_1 - Z_3^2 Z_4 - Z_2^2 Z_6$$

可求得位移与杆端力的关系式:

$$\begin{Bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{Bmatrix} = \frac{EI}{R^3 B} \begin{pmatrix} W_1 & & \text{对称} \\ W_2 & W_4 & \\ W_3 & W_5 & W_6 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{Bmatrix}$$

又根据圆弧单元两端 i、j 的杆端力平衡的关系得

$$\begin{Bmatrix} S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos\theta_0 & \sin\theta_0 & 0 \\ -\sin\theta_0 & -\cos\theta_0 & 0 \\ -R(1 - \cos\theta_0) & -R\sin\theta_0 & -1 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{Bmatrix}$$

用 i 端杆端力的相应位移代入, 矩阵相乘后得

$$\begin{Bmatrix} S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{Bmatrix} = \frac{EI}{R^3 B}$$

$$\begin{pmatrix} -W_1 \cos \theta_0 + W_2 \sin \theta_0 & -W_2 \cos \theta_0 + W_4 \sin \theta_0 & -W_3 \cos \theta_0 + W_5 \sin \theta_0 \\ -W_1 \sin \theta_0 - W_2 \cos \theta_0 & -W_2 \sin \theta_0 - W_4 \cos \theta_0 & -W_3 \sin \theta_0 - W_5 \cos \theta_0 \\ -RW_1(1 - \cos \theta_0) & -RW_2(1 - \cos \theta_0) & -RW_3(1 - \cos \theta_0) \\ -RW_2 \sin \theta_0 - W_3 & -RW_4 \sin \theta_0 - W_5 & -RW_5 \sin \theta_0 - W_6 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{Bmatrix}$$

(2) 单元的 i 端约束 ($U_1 = U_2 = U_3 = 0$)

按上述同样方法亦求得下面的关系式:

$$\begin{Bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{Bmatrix} = \frac{EI}{R^3 B}$$

$$\begin{pmatrix} -W_1 \cos \theta_0 + W_2 \sin \theta_0 & W_2 \cos \theta_0 - W_4 \sin \theta_0 & -W_3 \cos \theta_0 + W_5 \sin \theta_0 \\ W_1 \sin \theta_0 + W_2 \cos \theta_0 & -W_2 \sin \theta_0 - W_4 \cos \theta_0 & W_3 \sin \theta_0 + W_5 \cos \theta_0 \\ -W_1 R(1 - \cos \theta_0) & W_2 R(1 - \cos \theta_0) & -W_3 R(1 - \cos \theta_0) \\ -W_2 R \sin \theta_0 - W_3 & +W_4 R \sin \theta_0 + W_5 & -W_5 R \sin \theta_0 - W_6 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} U_4 \\ U_5 \\ U_6 \end{Bmatrix}$$

综合以上 (1)、(2) 情况推导的结果, 可得圆弧单元局部坐标的杆端位移与端力的关系式如 44 页所示。

上式可简写成 $\{S\} = [K_0] \{U\}$

此处 $[K_0]$ 称为局部坐标的圆弧单元刚度矩阵。

2. 直杆单元刚度矩阵 平面刚架直杆单元, 如众所周知其单元刚度矩阵 $[K_1]$ 如下:

$$[K_1] = \begin{pmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{pmatrix}$$

其中 L —— 直杆单元长度, 其余 E, A, I , 的意同圆弧单元。

S ₁	W ₁	W ₂	W ₃	-W ₁ cosθ ₀	W ₂ cosθ ₀	-W ₃ cosθ ₀	u ₁
				+W ₂ sinθ ₀	-W ₄ sinθ ₀	+W ₅ sinθ ₀	
S ₂	W ₂	W ₄	W ₅	W ₁ sinθ ₀	-W ₂ sinθ ₀	W ₃ sinθ ₀	u ₂
				+W ₂ cosθ ₀	-W ₄ cosθ ₀	+W ₅ cosθ ₀	
S ₃	W ₃	W ₅	W ₆	-W ₁ R(1-cosθ ₀)	W ₂ R(1-cosθ ₀)	-RW ₃ (1-cosθ ₀)	u ₃
				-W ₂ Rsinθ ₀	+W ₄ Rsinθ ₀	-RW ₅ sinθ ₀	
S ₄				-W ₃	+W ₅	-W ₆	u ₄
S ₅	-W ₁ cosθ ₀	-W ₂ cosθ ₀	-W ₃ cosθ ₀	W ₁	-W ₂	W ₃	u ₅
S ₆	-W ₁ sinθ ₀	-W ₂ sinθ ₀	-W ₃ sinθ ₀	-W ₂	W ₄	-W ₅	u ₆
S ₆	-W ₁ R(1-cosθ ₀)	-RW ₂ (1-cosθ ₀)	-W ₃ R(1-cosθ ₀)	W ₃	-W ₅	W ₆	u ₆

$\frac{FI}{R^3B}$

三、结构总体刚度矩阵的组集

以上单元刚度矩阵都是以各单元的局部坐标建立的，应先用坐标变换矩阵，分别按下面公式转换到总体结构坐标中去：

$$\text{圆弧单元 } [\bar{K}_0] = [T_0]^T [k_0][T_0]$$

$$\text{直杆单元 } [\bar{K}_1] = [T_1]^T [k_1][T_1]$$

然后，按相应节点进行组集，形成结构总体刚度矩阵 $[SO]$ 。从而得到描述整体结构广义节点力与广义节点位移之间关系的总刚度方程式：

$$\{\bar{P}\} = [SO] \{\bar{D}\}。$$

现仍取图 3 的力学模型为例，将各单刚组集总刚的步骤简述如下：

1. 单元刚度矩阵按其节点进行分块 图 3 的模型共剖分为 13 个单元。此处节点的编码是将全部固端约束的节点置于最末，后面将会看到，这样将对总刚整理时方便很多。根据每个单元两端的节点码，以先 i 后 j 的顺序，把单刚分块。各分块上 驻脚为对应的节点码，右上角带圆圈的数字为单元号。例如首端为 i，末端为 j 的第 @ 单元，其分块表示为：

$$\textcircled{a} \begin{array}{c} i \\ j \end{array} \left(\begin{array}{cc|cc} & i & & j \\ \hline i & k_{ij} & @ & k_{ij} \\ \hline j & k_{ji} & @ & k_{ij} \end{array} \right)$$

13 个单元分块的结果是：

$$\begin{array}{ccc} \textcircled{1} \begin{array}{c} 5 \\ 7 \end{array} \left(\begin{array}{cc} \textcircled{1} & \textcircled{1} \\ k_{55} & k_{57} \\ \textcircled{1} & \textcircled{1} \\ k_{75} & k_{77} \end{array} \right) & \textcircled{6} \begin{array}{c} 1 \\ 3 \end{array} \left(\begin{array}{cc} \textcircled{6} & \textcircled{6} \\ k_{11} & k_{13} \\ \textcircled{6} & \textcircled{6} \\ k_{31} & k_{33} \end{array} \right) & \textcircled{11} \begin{array}{c} 8 \\ 2 \end{array} \left(\begin{array}{cc} \textcircled{11} & \textcircled{11} \\ k_{88} & k_{82} \\ \textcircled{11} & \textcircled{11} \\ k_{28} & k_{22} \end{array} \right) \\ \textcircled{2} \begin{array}{c} 7 \\ 6 \end{array} \left(\begin{array}{cc} \textcircled{2} & \textcircled{2} \\ k_{77} & k_{76} \\ \textcircled{2} & \textcircled{2} \\ k_{67} & k_{66} \end{array} \right) & \textcircled{7} \begin{array}{c} 3 \\ 5 \end{array} \left(\begin{array}{cc} \textcircled{7} & \textcircled{7} \\ k_{33} & k_{35} \\ \textcircled{7} & \textcircled{7} \\ k_{53} & k_{55} \end{array} \right) & \textcircled{12} \begin{array}{c} 9 \\ 3 \end{array} \left(\begin{array}{cc} \textcircled{12} & \textcircled{12} \\ k_{99} & k_{93} \\ \textcircled{12} & \textcircled{12} \\ k_{39} & k_{33} \end{array} \right) \\ \textcircled{3} \begin{array}{c} 6 \\ 4 \end{array} \left(\begin{array}{cc} \textcircled{3} & \textcircled{3} \\ k_{66} & k_{64} \\ \textcircled{3} & \textcircled{3} \\ k_{46} & k_{44} \end{array} \right) & \textcircled{8} \begin{array}{c} 13 \\ 7 \end{array} \left(\begin{array}{cc} \textcircled{8} & \textcircled{8} \\ k_{13.13} & k_{13.7} \\ \textcircled{8} & \textcircled{8} \\ k_{7.13} & k_{77} \end{array} \right) & \textcircled{13} \begin{array}{c} 11 \\ 5 \end{array} \left(\begin{array}{cc} \textcircled{13} & \textcircled{13} \\ k_{11.11} & k_{11.5} \\ \textcircled{13} & \textcircled{13} \\ k_{5.11} & k_{5.5} \end{array} \right) \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \textcircled{4} \quad 4 \begin{array}{l} 4 \quad 2 \\ \textcircled{4} \quad \textcircled{4} \\ k_{44} \quad k_{42} \\ \textcircled{4} \quad \textcircled{4} \\ 2 \quad \quad \quad \\ k_{24} \quad k_{22} \end{array} \quad \textcircled{9} \quad 12 \begin{array}{l} 12 \quad 6 \\ \textcircled{9} \quad \textcircled{9} \\ k_{12.12} \quad k_{12.6} \\ \textcircled{9} \quad \textcircled{9} \\ 6 \quad \quad \quad \\ k_{6.12} \quad k_{6.6} \end{array} \\
 \\
 \textcircled{5} \quad 2 \begin{array}{l} 2 \quad 1 \\ \textcircled{5} \quad \textcircled{5} \\ k_{22} \quad k_{21} \\ \textcircled{5} \quad \textcircled{5} \\ 1 \quad \quad \quad \\ k_{12} \quad k_{11} \end{array} \quad \textcircled{10} \quad 10 \begin{array}{l} 10 \quad 4 \\ \textcircled{10} \quad \textcircled{10} \\ k_{10.10} \quad k_{10.4} \\ \textcircled{10} \quad \textcircled{10} \\ 4 \quad \quad \quad \\ k_{4.10} \quad k_{4.4} \end{array}
 \end{array}$$

2. 组集总刚度矩阵 此结构共有13个节点, 每节点有3个自由度, 故总刚度矩阵为 39×39 阶方阵。把各单元的分块按对应的节点号向总刚度矩阵装配, 最后结果便得到第47页的整体结构的刚度方程式 (a)。总刚的装配是由计算机按程序自动执行的。为了便于下一步的计算, 将总刚分块为 $\bar{S}_8, \bar{S}_9, \bar{S}_{10}, \bar{S}_{11}$ 。

四、解联立线性方程组求位移、计算单元杆端力

由结构整体刚度方程式 (a) 可见, 其中荷载列阵 $\{\bar{P}\}$ 为已知, 展开 (a) 式得

$$\{\bar{P}\}_{21 \times 1} = [\bar{S}_9]_{21 \times 21} \{\bar{d}\}_{21 \times 1} \dots \dots (b)$$

由 (b) 式解此21阶联立线性方程组, 便可求得各节点对结构坐标的位移列阵 $\{\bar{d}\}$ 。此列阵的分量是按节点顺序排列的。

解出 $\{\bar{d}\}$ 后, 将其与总刚分块矩阵相乘, 便得约束节点的固端反力

$$\{\bar{R}\}_{18 \times 1} : \{\bar{R}\}_{18 \times 1} = [\bar{S}_9]_{18 \times 21} \{\bar{d}\}_{21 \times 1}$$

此 $\{\bar{R}\}$ 列阵的分量, 是按约束节点码由小至大顺序排列的。

对局部坐标的各单元的杆端力, 分别按下式计算

$$\text{弧单元 } \{S\}^e = [k_0] [T_0]^e \{\bar{u}\}^e$$

$$\text{直杆单元 } \{S\}^e = [k_1] [T_1]^e \{\bar{u}\}^e$$

此处 $\{\bar{u}\}^e$ 是第 e 单元对结构坐标的杆端位移。它可以由已解出的位移列阵 $\{\bar{d}\}$ 整理得到。例如对图3的圆弧单元①其首末端的节点号为5、7, 就从列阵 $\{\bar{d}\}_{21 \times 1}$ 中将对应此两节点的位移取出, 整理得: (下转48页)

$[S_0]_{39 \times 39}$												
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$K_{11}^{(8)}$ $K_{11}^{(6)}$	$K_{12}^{(8)}$	$K_{13}^{(6)}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$K_{21}^{(8)}$	$K_{22}^{(8)}$ $K_{22}^{(6)}$ $K_{22}^{(4)}$	0	$K_{24}^{(6)}$	0	0	0	$K_{2,8}^{(11)}$	0	0	0	0	0
$K_{31}^{(8)}$	0	$K_{33}^{(6)}$ $K_{33}^{(4)}$ $K_{33}^{(2)}$	0	$K_{35}^{(7)}$	0	0	0	$K_{39}^{(12)}$	0	0	0	0
0	$K_{42}^{(4)}$	0	$K_{44}^{(3)}$ $K_{44}^{(2)}$ $K_{44}^{(1)}$	0	$K_{46}^{(3)}$	0	0	0	$K_{4,10}^{(9)}$	0	0	0
0	0	\bar{S}_8	0	$K_{55}^{(7)}$ $K_{55}^{(5)}$ $K_{55}^{(3)}$	0	$K_{57}^{(1)}$	0	0	\bar{S}_{10}	$K_{5,11}^{(10)}$	0	0
0	0	0	$K_{64}^{(3)}$	0	$K_{66}^{(2)}$ $K_{66}^{(1)}$ $K_{66}^{(0)}$	$K_{67}^{(2)}$ $K_{67}^{(1)}$ $K_{67}^{(0)}$	$K_{68}^{(2)}$ $K_{68}^{(1)}$ $K_{68}^{(0)}$	0	0	0	$K_{6,12}^{(9)}$	0
0	$K_{82}^{(11)}$	0	0	$K_{75}^{(1)}$	$K_{76}^{(2)}$	0	0	0	0	0	0	$K_{7,13}^{(8)}$
0	0	$K_{93}^{(13)}$	0	0	0	0	0	$K_{99}^{(12)}$	0	0	0	0
0	0	0	$K_{10,4}^{(19)}$	0	0	0	0	0	$K_{10,10}^{(10)}$	0	0	0
0	0	\bar{S}_9	0	$K_{11,5}^{(13)}$	0	0	0	0	\bar{S}_{11}	$K_{11,11}^{(11)}$	0	0
0	0	0	0	0	$K_{12,6}^{(9)}$	0	0	0	0	0	$K_{11,12}^{(9)}$	0
0	0	0	0	0	0	$K_{13,7}^{(9)}$	0	0	0	0	0	$K_{13,13}^{(8)}$

X

未知节点位移 $\{d\}_{21 \times 1}$

d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	d_{10}	d_{11}	d_{12}	d_{13}	d_{14}	d_{15}	d_{16}	d_{17}	d_{18}	d_{19}	d_{20}	d_{21}	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

固端约束位移 $\{0\}$

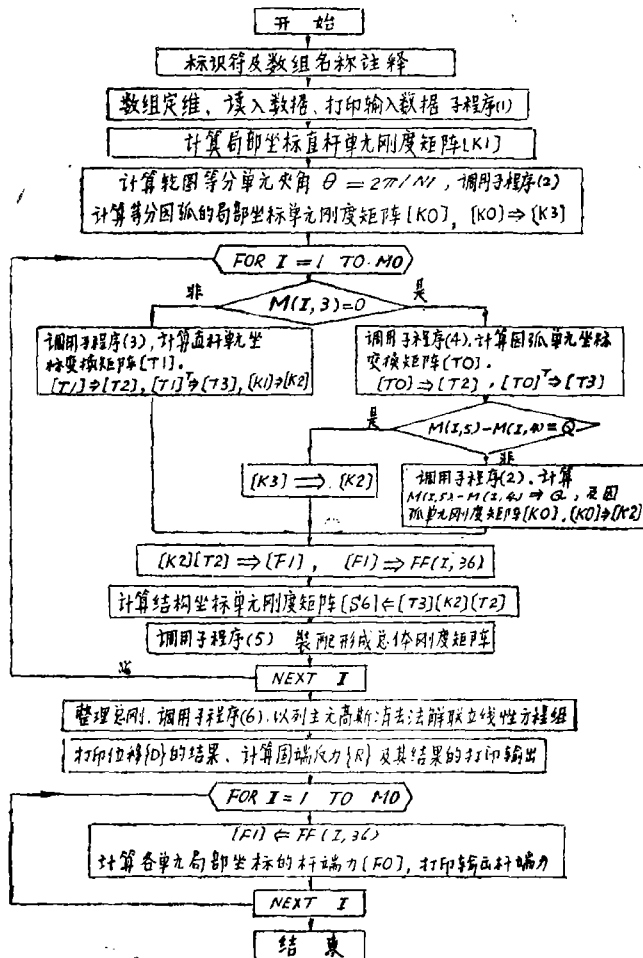
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

(a)

$$\{\bar{U}\}^{\textcircled{1}} = \begin{Bmatrix} \bar{d}_{13} \\ \bar{d}_{14} \\ \bar{d}_{15} \\ \bar{d}_{19} \\ \bar{d}_{20} \\ \bar{d}_{21} \end{Bmatrix}$$

五、计算框图与程序

1. 框图



2. 程序 (见附录) 输入和输出的说明 (按顺序)

(1) 输入的信息与数据

顺 序	符 号	单 位	说 明
1	MO		单元总数
2	NO		节点总数
3	N1		园轮辐条数或等分数
4	N2		节点荷载总数
5	N3		被约束的位移总数
6	DO	CM	轮圈结构中心线直径
7	D1	CM	轮毂外径
8	EO	N/CM ²	轮圈材料的弹性模量
9	E1	N/CM ²	轮辐材料的弹性模量
10	IO	CM ⁴	轮圈截面惯性矩
11	I1	CM ³	轮辐截面惯性矩
12	AO	CM ³	轮圈截面积
13	A1	CM ²	轮辐截面积
14	M(I, 1)		第 I 个单元, 首端 i 的节点号
15	M(I, 2)		末端 j 的节点号
16	M(I, 3)		形状信息 (园弧为 0, 直杆为 1)
17	M(I, 4)	弧度	首端角度 θ_1
18	M(I, 5)	弧度	末端角度 θ_2
19	P(3 * NO - N3)	力: N 力矩: N - CM	节点荷载 (广义力表示) 按 结构坐标系 依节点号码大小依次排列。

(2) 输出: ①单元的数据与信息数组 M 的表, 以检查输入数据的正确性。②荷载列阵数组 P, 按行打印, 以供检查。③解方程求出的节点位移列阵数值表, 以节点码的大小顺序, 按行打印。④计算固端反力的结果, 按固端节点码顺序打印。⑤各单元局部坐标的杆端力结果一览表。按单元顺序, 先首端 i 后末端 j 打印。

六、计算实例

2 Z 系列机动水稻插秧机水田叶轮结构计算。

1. 叶轮结构参数 (参看图 1) 叶轮外径 $D = 75\text{cm}$, 轮圈直径 (按结构中心线) $DO = 50\text{cm}$, 轮毂外径 $D1 = 6\text{cm}$ 。轮辐与轮圈均用 A_3 材料的钢管焊成。钢管的截面积 $A = 2.0735\text{cm}^2$ 截面惯性矩 $I = 1.5125\text{cm}^4$ 。辐条数 $N1 = 6$ 。

2. 计算工况 如前所述, 以节点荷载位于两轮辐之间的状态为计算点 (节点 1)。选取此时的工况是: 叶轮以最慢的田间作业转速 6.05 转/分。即以最大的扭矩向左滚转行走。地面假设是理想刚性的, 滑转率为零。发动机在此作业时, 假定以额定功

率3 马力工作、传动至地轮轴的总机械效率为60%。插秧机载人作业时总重约5000牛顿，估计地轮垂直负荷约为此值的1/2。

由此求得以结构坐标表示节点1的荷载是：

$$\text{水平力} \quad P_2 = -5572\text{N}$$

$$\text{垂直力} \quad P_2 = 2500\text{N}$$

$$\text{附加弯矩} \quad P_3 = -69655 \text{ N-CM}$$

3. 数据输入 按程序输入说明顺序填写，其数值请参看附录源程序全文最末的DATA语句。

4. 计算结果 输出结果包括对结构坐标的各节点位移 (U、V、 θ)，和固端反力 (R_x , R_y , R_M)；各单元对局部坐标的杆端力。其数值见下表1, 2和3。并将此结果绘制了叶轮承载后的理论变形图。节点位移图和单元杆端力图，见图7、8、9。

表1 节点的广义位移 单位: cm

节点码	U	V	THETA
1	-.177334	.0178213	-.0125865
2	-.159496	.093089	-5.9581E-03
3	-.150979	-.0872041	-7.57404E-03
4	-1.53354E-03	.16974	-8.92708E-03
5	-8.60644E-04	-.166901	-8.45674E-03
6	.143922	.0837331	-8.21157E-03
7	.143039	-.0826693	-8.20638E-03

表2 固端反力 单位: N(牛顿)

节点码	RX	RY	RM
8	1550.66	-2844.05	35991.7
9	1799.58	1108.84	30332
10	2977.49	-1660.42	26621.1
11	1671.95	1714.61	26776.9
12	-994.147	-1814.14	27135.1
13	-1433.8	995.135	26813.9

表 3 单 元 杆 端 力 单位：力N，力矩N-cm

单元码	杆 首 端 i			杆 末 端 j		
	TI或XI	θI或YI	MI	TJ或XJ	θJ或YJ	MJ
1	-430.413	946.452	-9632.58	1034.85	-100.482	-5478.22
2	704.447	245.395	-5971.83	-139.72	-732.778	-8146.51
3	1907.76	-341.246	-3615.07	-1249.42	-1481.56	-12843.5
4	2909.84	-1495.93	2935.54	-2750.45	-1772.03	-6920.32
5	5515.36	3459.75	-17916.8	-3046.6	-5753.93	-43801.5
6	-2525.29	3253.9	-25853.5	3813.72	-1555.38	-6358.93
7	-1700.84	1494.9	-9793.15	2145.02	725.505	-1311.71
8	144.938	1739.27	26813.9	-144.938	-1739.27	11450.1
9	-1074.02	1768.03	27135.1	1074.02	-1768.03	11761.6
10	-2977.5	1660.41	26621.1	2977.5	-1660.41	9907.95
11	1687.7	2764.94	35991.7	-1687.7	-2764.94	24837
12	-60.4844	2112.91	30332	60.4844	-2112.91	16152
13	1671.95	1714.6	26776.9	-1671.95	-1714.6	10944.3

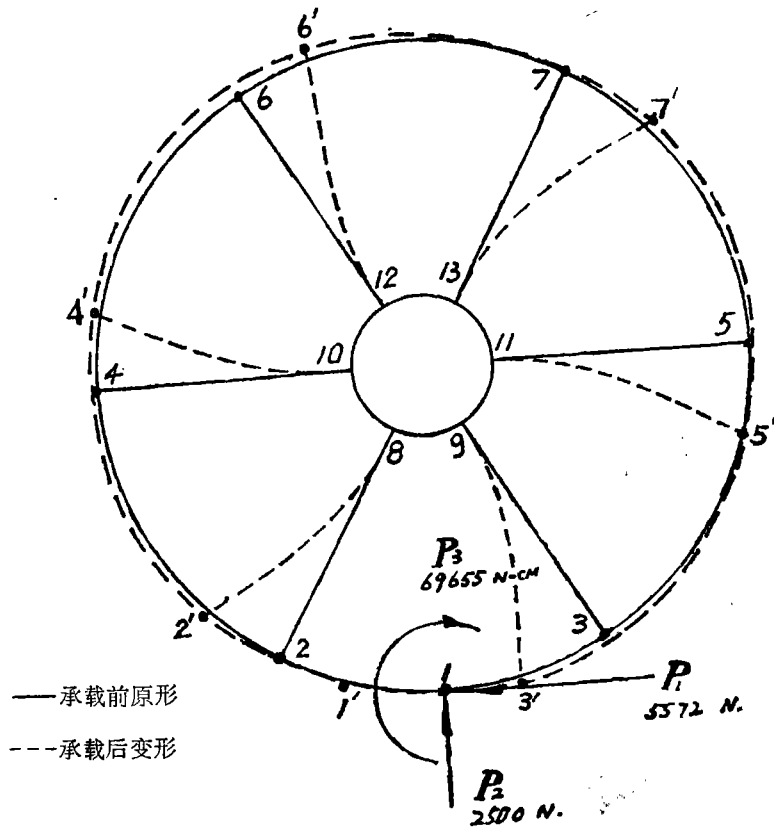


图 7 叶轮承载后的理论变形图

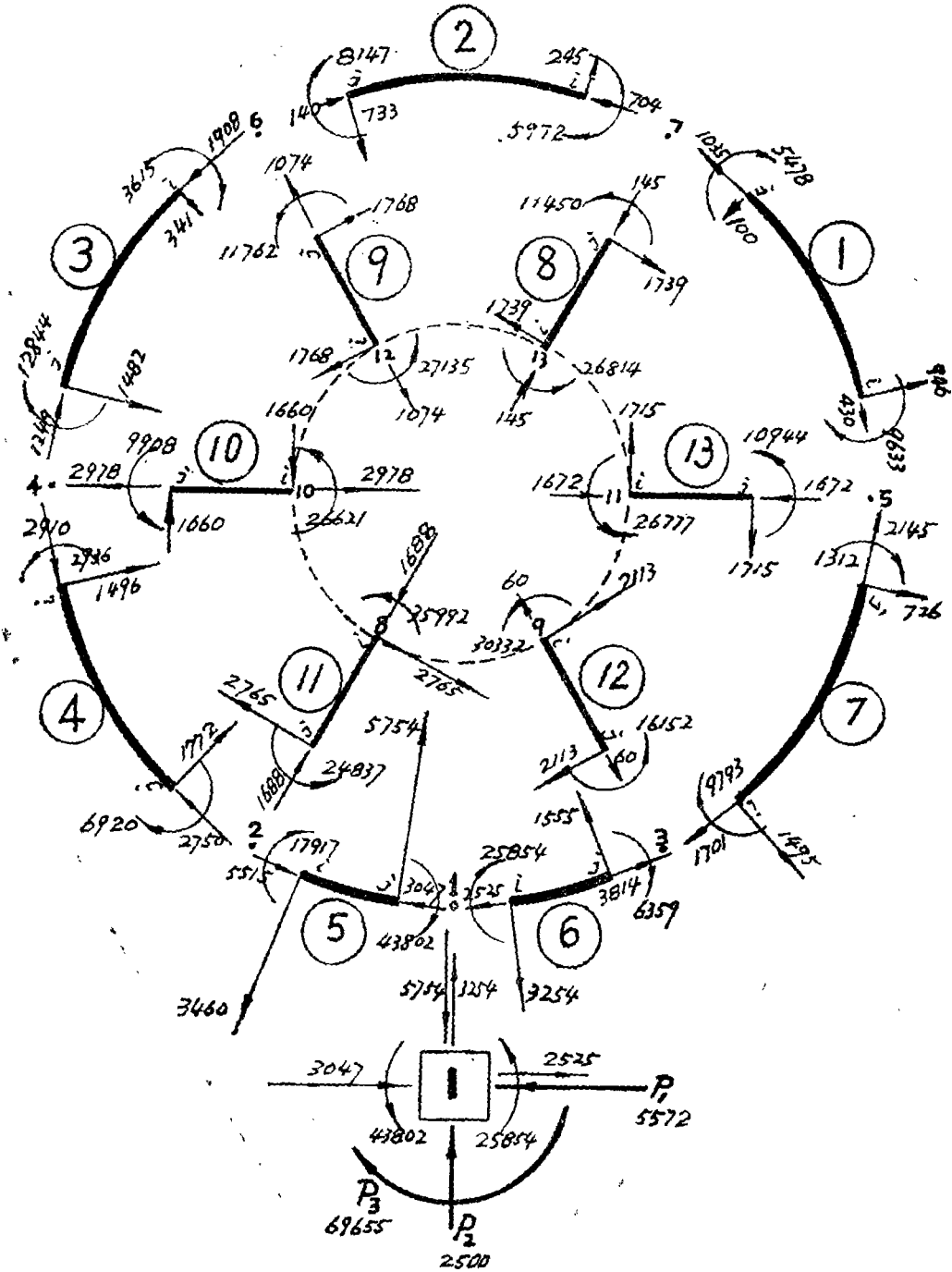


图9 各单元的杆端力图

单位: 力N (牛顿); 力矩: N-cm (牛顿-厘米)

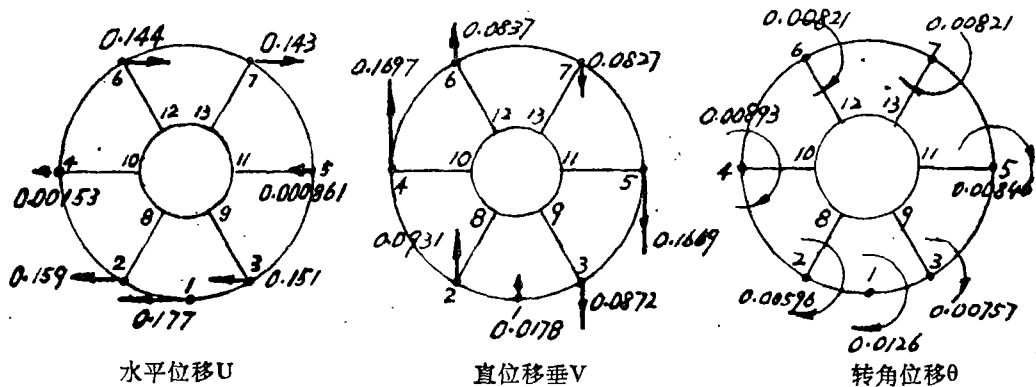


图8 节点位移图 (单位: cm)

参 考 文 献

- [1] 榑木武著, 昭和47年, 2月, 《マトリックス构造解析法》, 共立出版株式会社。
 [2] Jamal T. Azat, 1972, 《Matrix Structural Analysis》。
 [3] H.G. Gibbs, T.H. Richards, 1975 《Stress Vibration & Noise Analysis in Vehicles》
 [4] 金宝楨主编, 1964, 《结构力学》, 人民教育出版社。

THE STRUCTURAL ANALYSIS OF A PADDY FIELD BLADE WHEEL BY THE FINITE ELEMENT METHOD

Li Ying-cai

(Department of Agricultural Machinery)

ABSTRACT

The structural analysis of a blade wheel using direct stiffness method is discussed in this article. The blade wheel is idealized as a two dimensional plane frame problem and expressed in a mathematical model. The outstanding feature of this computation is the utilization of curved beam element. All the nodes on the hub are restrained, and the loads applied on the joint nodal points are arbitrary. A computer program is written in Model TRS-80 LEVEL II Basic language. This program may be used in solving the problems of plane frame structural systems with curved and straight members.

The stress and deformation of a paddy field blade wheel on the powered rice transplanter model 2Z in the above idealized condition are computed as an example by TRS-80 microcomputer of which the memory expanded to 48k Ram. The time run on TRS-80 computer for this problem is about twenty minutes.

附录

源程序全文

```

5 * WHEEL/BAS (10/10/81, Y.C.LI)
10 * THE PROGRAM OF STRUCTURE ANALYSIS FOR A WHEEL OF FARM MACHINERY
20 * BY TRS-80 MICROCOMPUTER SYSTEM WITH LEVEL II BASIC
30 * ROTATION:
40 * M0 = NO. OF ELEMENTS
50 * N0 = NO. OF NODES
60 * N1 = EQUAL DIVIDED PART'S NO. OF A WHEEL
70 * N2 = NO. OF NODAL LOADS
80 * N3 = NO. OF RESTRICTED DISPLACEMENTS
90 * D0 = DIAMETER OF OUTER CIRCLE
100 * D1 = DIAMETER OF INNER CIRCLE
110 * E0 = THE YOUNG'S MODULUS OF THE WHEEL RIM
120 * E1 = THE YOUNG'S MODULUS OF THE WHEEL SPOKE
130 * I0 = THE INERTIA MOMENT OF THE WHEEL RIM
140 * I1 = THE INERTIA MOMENT OF THE WHEEL SPOKE
150 * A0 = CROSS SECTION AREA OF THE WHEEL RIM
160 * A1 = CROSS SECTION AREA OF THE WHEEL SPOKE
170 * M(M0,5) = DATA OF EACH MEMBER
180 * P(3*N0-N3) = NODAL LOADS
190 * R(N3) = REACTIONAL FORCES AT FIXED NODES
200 * D(N2) = DISPLACEMENT AT GIVEN LOAD'S NODES
210 * T0(6,6) = TRANSFORMATION MATRIX FOR WHEEL RIM
220 * T1(6,6) = TRANSFORMATION MATRIX FOR WHEEL SPOKE
230 * K0(6,6) = STIFFNESS MATRIX OF WHEEL RIM IN LOCAL AXES
240 * K1(6,6) = STIFFNESS MATRIX OF WHEEL SPOKE IN LOCAL AXES
250 * S0(3*N0,3*N0) = GLOBAL STIFFNESS MATRIX
260 * S6(6,6) = STIFFNESS MATRIX OF MEMBER IN STRUCTURAL AXES

300 DEFINT I, J, N
310 READ M0, N0, N1, N2, N3, D0, D1, E0, E1, I0, I1, A0, A1
320 DIM M(M0, 5), P(3*N0-N3), FF(M0, 36), F0(6), F1(6, 6), R(N3), D(N2), D9(3*N3), D8(6)
330 DIM T0(6, 6), T1(6, 6), T2(6, 6), T3(6, 6), K0(6, 6), K1(6, 6), K2(6, 6), K3(6, 6)
340 DIM S0(3*N0, 3*N0), S5(6, 6), S6(6, 6), S8(3*N0-N3, 3*N0-N3+1)
350 FOR I=1 TO M0:FOR J=1 TO 5:READ M(I, J):NEXT J:NEXT I
360 FOR I=1 TO N2:READ P(I):NEXT I
370 GOSUB 2000
380 * TO COMPUTE THE STIFFNESS MATRIX OF SPOKE IN LOCAL AXES
390 FOR I=1 TO 6:FOR J=1 TO 6:K1(I, J)=0:NEXT J:NEXT I
400 A=A1:I6=I1:E=E1:L=(D0-D1)/2
410 K1(1, 1)=E*A/L : K1(4, 4)=K1(1, 1) : K1(4, 1)=-K1(1, 1)
420 K1(2, 2)=12*E*I6/(L*L*L):K1(5, 5)=K1(2, 2):K1(5, 2)=-K1(2, 2)
430 K1(3, 2)=6*E*I6/(L*L) : K1(6, 2)=K1(3, 2) : K1(5, 3)=-K1(3, 2) : K1(6, 3)=-K1(3, 2)
440 K1(3, 3)=4*E*I6/L : K1(6, 6)=K1(3, 3) : K1(6, 3)=K1(3, 3)/2
450 FOR J=1 TO 6 :FOR K=1 TO J:K1(K, J)=K1(J, K):NEXT K:NEXT J
460 Q=2*3.14159/N1:GOSUB 3000
470 FOR I=1 TO 6:FOR J=1 TO 6:K3(I, J)=K0(I, J):NEXT J:NEXT I
480 FOR I=1 TO M0
490 IF M(I, 3)=0 THEN 530
500 GOSUB 4000:FOR N=1 TO 6:FOR J=1 TO 6
510 T2(N, J)=T1(N, J):T3(N, J)=T1(J, N):K2(N, J)=K1(N, J)
520 NEXT J: NEXT N:GOTO 590
530 GOSUB 5000:FOR N=1 TO 6:FOR J=1 TO 6
540 T2(N, J)=T0(N, J):T3(N, J)=T0(J, N): NEXT J:NEXT N
550 IF ABS((M(I, 5)-M(I, 4))-2*3.14159/N1) < 1E-3 THEN 580
560 Q=M(I, 5)-M(I, 4): GOSUB 3000
570 FOR J=1 TO 6:FOR K=1 TO 6:K2(J, K)=K0(J, K):NEXT K: NEXT J:GOTO 590
580 FOR J=1 TO 6 :FOR K=1 TO 6: K2(J, K)=K3(J, K): NEXT K:NEXT J
590 FOR N=1 TO 6: FOR J=1 TO 6: F1(N, J)=0:FOR K=1 TO 6

```

```

600 F1(N,J)=F1(N,J)+K2(N,K)*T2(K,J): NEXT K:NEXT J:NEXT N
610 FOR N=1 TO 6:FOR J=1 TO 6:FF(I,6*(N-1)+J)=F1(N,J): NEXT J:NEXT N
620 FOR N=1 TO 6: FOR J=1 TO 6: SS(N,J)=0:FOR K=1 TO 6
630 SS(N,J)=SS(N,J)+T3(N,K)*K2(K,J): NEXT K:NEXT J:NEXT N
640 FOR N=1 TO 6: FOR J=1 TO 6: SE(N,J)=0:FOR K=1 TO 6
650 SE(N,J)=SE(N,J)+S5(N,K)*T2(K,J): NEXT K:NEXT J:NEXT N
660 GOSUB 6000:NEXT I
680 ' TO COMPUTE DISPLACEMENT AND REACTION
690 FOR I=1 TO N2:FOR J=1 TO N2:SB(I,J)=S0(I,J):NEXT J:NEXT I
700 FOR I=1 TO N2:SB(I,N2+1)=P(I):NEXT I
710 GOSUB 7000
720 FOR I=1 TO N3:FOR J=1 TO N2:SB(I,J)=S0(N2+I,J):NEXT J:NEXT I
730 FOR I=1 TO N3:R(I)=0:FOR K=1 TO N2:R(I)=R(I)+SB(I,K)*D(K):NEXT K,I
740 LPRINT"REACTIONAL FORCES":LPRINT "
750 LPRINT " ", "RX", "RY", "RM":LPRINT "
760 FOR I=0 TO N3-1 STEP 3:LPRINT " ",R(I+1),R(I+2),R(I+3):NEXT I:LPRINT "
770 ' TO COMPUTE THE END ACTIONS OF EACH MEMBER
780 FOR J=1 TO 3*N3:D9(J)=0:NEXT J
790 FOR J=1 TO N2:D9(J)=D(J):NEXT J
800 LPRINT"THE END ACTIONS OF EACH MEMBER":LPRINT "
810 LPRINT "NO. OF MEMBER","T(I) OR X(I)","Q(I) OR Y(I)","M(I)"
820 LPRINT " ", "T(J) OR X(J)","Q(J) OR Y(J)","M(J)":LPRINT "
830 FOR I=1 TO M0
840 FOR K=1 TO 2:I9=M(I,K):D8(3*K-2)=D9(3*I9-2):D8(3*K-1)=D9(3*I9-1)
850 D8(3*K)=D9(3*I9):NEXT K
860 FOR N=1 TO 6:FOR J=1 TO 6:F1(N,J)=FF(I,6*(N-1)+J):NEXT J,N
870 FOR J=1 TO 6:F0(J)=0:FOR K=1 TO 6:F0(J)=F0(J)+F1(J,K)*D8(K):NEXT K,J
880 LPRINT I,F0(1),F0(2),F0(3): LPRINT " ",F0(4),F0(5),F0(6):LPRINT "
890 NEXT I:END

2000 REM SUBROUTINE (1)
2010 LPRINT"DATA OF THE WHEEL":LPRINT "
2020 LPRINT"NODE I", "NODE J", "TYPE", "ANGLE Q1", "ANGLE Q2":LPRINT "
2030 FOR I=1 TO M0:LPRINT M(I,1),M(I,2),M(I,3),M(I,4),M(I,5):NEXT I:LPRINT "
2040 LPRINT"NODAL LOADS":LPRINT "
2050 FOR I=1 TO N2:LPRINT P(I),:NEXT I:LPRINT "
2060 RETURN
3000 ' SUBROUTINE(2)
3010 ' TO COMPUTE THE STIFFNESS MATRIX OF WHEEL RIM ELEMENT IN LOCAL AXES
3020 A=A0:G=I0:E2=E0:C0=COS(Q):S1=SIN(Q):C2=COS(2*Q):S2=SIN(2*Q)
3030 Z1=3*Q/2-2*S1+S2/4+4*G*(Q/2+S2/4)/(A*D0*D0)
3040 Z2=1-C0-S1*S1/2-G*(1-C2)/(A*D0*D0)
3050 Z3=2*(Q-S1)/D0: Z4=Q/2-S2/4+4*G*(Q/2-S2/4)/(A*D0*D0)
3060 Z5=2*(1-C0)/D0: Z6=4*Q/(D0*D0)
3070 W1=Z4*Z6-Z5*Z5: W2=Z3*Z5-Z2*Z6: W3=Z2*Z5-Z3*Z4
3080 W4=Z1*Z6-Z3*Z3: W5=Z2*Z3-Z1*Z5: W6=Z1*Z4-Z2*Z2
3090 B=Z1*Z4+Z6+2*Z2*Z3+Z5-Z5*Z1-Z3*Z3+Z4-Z2*Z2*Z6
3100 FOR J=1 TO 6:FOR K=1 TO 6:K0(J,K)=0:NEXT K,J
3110 K0(1,1)=W1:K0(4,4)=W1:K0(2,2)=W4:K0(5,5)=W4
3120 K0(3,1)=W3:K0(6,4)=W3:K0(3,3)=W5:K0(6,6)=W5
3130 K0(2,1)=W2:K0(5,4)=-K0(2,1):K0(3,2)=W5:K0(6,5)=-K0(3,2)
3140 FOR J=1 TO 6:FOR K=1 TO J:K0(K,J)=K0(J,K):NEXT K,J
3150 K0(4,1)=-W1*C0+W2*S1:K0(4,2)=-W2*C0+W4*S1:K0(4,3)=-W3*C0+W5*S1
3160 K0(5,1)=-W1*S1-W2*C0:K0(5,2)=-W2*S1-W4*C0:K0(5,3)=-W3*S1-W5*C0
3170 K0(6,1)=-W1*D0*(1-C0)/2-W2*D0*S1/2-W3

```

```
3180 K0(6,2)=-W2*D0*(1-C0)/2-W4*D0*S1/2-W5
3190 K0(6,3)=-W3*D0*(1-C0)/2-W5*D0*S1/2-W6
3200 K0(1,4)=K0(4,1):K0(1,5)=-K0(4,2):K0(1,6)=K0(4,3)
3210 K0(2,4)=-K0(5,1):K0(2,5)=K0(5,2):K0(2,6)=-K0(5,3)
3220 K0(3,4)=K0(6,1):K0(3,5)=-K0(6,2):K0(3,6)=K0(6,3)
3230 C9=B+E2*G/(D0*D0+D0*B)
3240 FOR J=1 TO 6:FOR K=1 TO 6:K0(J,K)=C9*K0(J,K):NEXT K, J
3250 RETURN
4000 * SUBROUTINE*(3)
4010 * TO COMPUTE THE TRANSFORMATION MATRIX OF WHEEL SPOKE
4020 Q1=M(I,4):C0=COS(Q1):S1=SIN(Q1)
4030 FOR J=1 TO 6:FOR K=1 TO 6:T1(J,K)=0:NEXT K, J:T1(1,1)=C0:T1(1,2)=S1:T1(2,1)=
-S1:T1(2,2)=C0:T1(3,3)=1
4040 FOR I7=1 TO 3:FOR J7=1 TO 3:T1(I7+3,J7+3)=T1(I7,J7):NEXT J7:NEXT I7
4050 RETURN
5000 REM SUBROUTINE(4)
5010 REM TO COMPUTE THE TRANSFORMATION MATRIX FOR WHEEL RIM
5020 FOR J=1 TO 6:FOR K=1 TO 6:T0(J,K)=0:NEXT K, J:Q1=M(I,4):Q2=M(I,5):C0=COS(Q1)
:S1=SIN(Q1)
5030 T0(1,1)=-S1:T0(1,2)=C0:T0(2,1)=C0:T0(2,2)=S1:T0(3,3)=1
5040 C0=COS(Q2):S1=SIN(Q2):T0(4,5)=C0:T0(5,4)=C0:T0(4,4)=-S1:T0(5,5)=S1:T0(6,6)=
1
5050 RETURN
6000 REM SUBROUTINE(5)
6005 REM TO FORM THE GLOBAL STIFFNESS MATRIX
6010 FOR I7=1 TO 2:FOR J7=1 TO 2:I8=(I7-1)*3:J8=(J7-1)*3:H8=(M(I, I7)-1)*3:L8=(M
(I, J7)-1)*3
6020 FOR K7=1 TO 3:FOR L7=1 TO 3:H9=H8+K7:L9=L8+L7:I9=I8+K7:J9=J8+L7:S0(H9, L9)=S
0(H9, L9)+S0(I9, J9):NEXT L7:NEXT K7:NEXT J7:NEXT I7
6030 RETURN
7000 REM SUBROUTINE(6)
7010 REM TO SOLVE SIMUITANEOUS LINEAR EQUATIONS BY GAUSS METHOD
7020 FOR K=1 TO N2-1:FOR J=K+1 TO N2+1:SB(K, J)=SB(K, J)/SB(K, K)
7030 FOR I=K+1 TO N2:SB(I, J)=SB(I, J)-SB(I, K)*SB(K, J):NEXT I:NEXT J: NEXT K
7040 D(N2)=SB(N2, N2+1)/SB(N2, N2):FOR I=N2-1 TO 1 STEP -1:S=0:FOR J=I+1 TO N2:S=S
+SB(I, J)*D(J):NEXT J
7050 D(I)=SB(I, N2+1)-S:NEXT I
7060 LPRINT "DISPLACEMENT":LPRINT " "
7070 LPRINT " ", "U", "V", "THETA"
7080 FOR I=0 TO 10 STEP 3
7090 LPRINT " ", D(I+1), D(I+2), D(I+3):NEXT I : LPRINT " "
7100 RETURN
8000 DATA 13, 13, 6, 21, 18, 50, 6, 20, 594E+6, 20, 594E+6, 1, 5125, 1, 5125, 2, 0735, 2, 0735
8010 DATA 5, 7, 0, 0, 1, 0472, 7, 5, 0, 1, 0472, 2, 0944, 6, 4, 0, 2, 0944, 3, 14159
8020 DATA 4, 2, 0, 3, 14159, 4, 18879, 2, 1, 0, 4, 18879, 4, 71239, 1, 3, 0, 4, 71239, 5, 23599
8030 DATA 3, 5, 0, 5, 23599, 6, 28319, 13, 7, 1, 1, 0472, 1, 0472, 12, 6, 1, 2, 0944, 2, 0944
8040 DATA 10, 4, 1, 3, 14159, 3, 14159, 8, 2, 1, 4, 18879, 4, 18879
8050 DATA 9, 3, 1, 5, 23599, 5, 23599, 11, 5, 1, 6, 28319, 6, 28319
8060 DATA -5572, 2500, -69655, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
```