

正交试验设计的误差与效率及其 分析方法的探讨

伍丕舜

(农机系)

提 要

本文以方差分析的观点探讨正交试验设计的实践与理论问题,及试验误差与效率问题。作者运用试验实践数据资料,在相同的试验规模下,分析不同设计方案的误差与效率,并与随机区组类设计比较以评价不同方案的优、劣,并对正交试验上的某些存在问题总结出八点改进意见。

引 言

正交试验设计引用于工、农业的研究中还是近十多年来的事。它和优选法一样能更好更快进行科学研究^{[2][5][6][8][9][10][12]}。然而在运用的理论的过程中,由于经验的不足,产生了一些问题,影响到试验的精确性与可靠性,作者在教学与科研过程中也发现了一些问题,从中得到启发。在国外的文献中还未发现对这问题的系统探讨。现仅从方差分析的角度,探讨正交试验设计的误差分析问题,并通过一些田间试验^[1]与工厂实践^[2]以论证及比较不同设计方案的误差分析与效率优劣,提出分析方法的改进意见。

一、正交试验设计的误差分析问题

在正交试验设计中,如果利用一个N行M列的正交表安排试验,则各因素及水平的组合是“搭配均衡,整齐可比”的。仅从这种观点上看,能大大节约试验次数(或因素水平的组合数),和“全面试验”相比,有很大的优点,但试验误差的分解就非易事,而且不易分析出纯的试验误差。因此一般利用该正交表中还没安排因素的空列作计算误差。但实质这只是一些交互作用或剩余方差而已。如不存在交互作用,也不失为一种分析误差的方法。但如果存在交互作用,则问题较多。

本文利用“小型工厂化薄土育秧设施的试验研究”^[1]的田间试验原始数据资料进行分析。

原田间排列有6种组合,采用随机区组法,各小区的大、小一致,插植行数一致,以小区产量为统计分析指标。

(一)按正交表作正交试验的方差分析:首先按正交表 $L_8(2^7)$ 设计进行方差分析。

例1. 本试验在分析过程中发现 D_2 (即东风-74二号机动插秧机) 的数据不正常, 因而将该项小区取消, 只用8小区产量作方差分析。按2因素, 2水平, 一空列作计算交互作用, 其余数列作估计试验误差。各因素的组合如下: 因素(1)为东风-74型1号机动插秧机插, 以 D_1 表示; 因素(2)为手插, 以Sh表之。每因素各具两水平, (1)为插温室薄土小苗(苗龄11天); (2)为插温室薄土中苗(苗龄为22天)。每小区产量代表一种插法和一种苗龄的组合。分析计算见表(1)

表1 $L_8(2^7)$ 正交试验方差分析计算表

因素	(1)	(2)	交互	产量(斤)	空 列			
试号	列1	2	3	x	4	5	6	7
1	1	1	1	81	1	1	1	1
2	1	1	1	79	2	2	2	2
3	1	2	2	81	1	1	2	2
4	1	2	2	88.5	2	2	1	1
5	2	1	2	95.5	1	2	1	2
6	2	1	2	86	2	1	2	1
7	2	2	1	91	1	2	2	1
8	2	2	1	92	2	1	1	2
T_1	329.500	341.500	343		348.500	340	357	346.500
T_2	364.500	352.500	351		345.500	354	337	347.500
平方和	153.125	15.125	8		1.125	245	50	0.125

本例采用 $L_8(2^7)$ 表而不用 $L_4(2^3)$ 表的目的, 是为了多得些误差自由度。统计分析的结果列成方差分析表(2):

用正交表进行方差分析, 检出插法之间有显著的差异。因 $F = 8.0858$, 大于 $F_{0.05}(1, 4) = 7.71$ 。这设计是利用空列(4~7)计算误差的, 误差自由度为4, 增至4自由度。下面是按“完全随机设计”进行分析。

表2 方差分析表

变 因	平方和 (SS)	自由度 (DF)	均方差 (MS)	F值
插 法	153.125	1	153.125	8.0858*
苗 龄	15.125	1	15.125	
插法×苗龄	8.00	1	8.00	
误 差	75.75	4	18.9375	
总 计	252	7		

(二) 按“完全随机设计”(completely randomized design)分析。例2. 用同样小区产量资料作“完全随机设计”分析(重复2次)。方差分析结果见表(3)。

方差分析结果与第1例(正交表设计)的分析结果完全相同。可以认为各因素的方差组分也完全一致。误差方差为18.9375, 不同的插法间方差为153.125, $F = 8.0858$, 差异显著(手插与机插比较), 和作者的试验结论^[1]亦相一致。第1例与第2例不同之处在于正交试验设计分析时需使用正交表, 计算误差时需较多空列, 与随机设计比, 计算量也较大和较繁。

(三) 如何分析正交试验设计的误差问题讨论

表3 完全随机设计的方差分析

变 因	平方和	自由度	均方差	F
处理因素:	176.250	(3)	58.7500	8.0858
插 法	153.125	1	153.1250	
苗 龄	15.125	1	15.1250	
插 × 苗	8.000	1	8.0000	
误 差	75.750	4	18.9375	
总 计	252	7		

1. 数学模型上的一些假设立论问题: 正交试验, 不少使用直观比较法。设采用 $L_9(3^4)$ 表进行正交试验设计。设任一观测值(试号) X_i 的线性模型为:

$X_i = \mu + a_i + b_j + c_k + \epsilon_i$ $i = 1, 2, 3$ 表水平数 $j = 1, 2, \dots, 9$ 表试号
式中, μ 为总平均; a_i 为A因素i水平的效应; b_j 为B因素j水平的效应; c_k 为C因素k水平的效应; ϵ_i 为j观测值(试号)的误差。第1至3相同水平的试号的总和为

$$\sum_{i=1}^3 X_i = 3\mu + 3a_1 + \sum_{i=1}^3 b_i + \sum_{i=1}^3 c_i + \sum_{i=1}^3 \epsilon_i$$

这是假设没有交互作用的模型。(也有资料报道是以K或T表示 $\sum_{i=1}^3 X_i$)。由于其他效应的总和为零(因素离均差总和等于零), 故A因素1水平的平均值内容为:

$$\sum_{i=1}^3 X_i / 3 = \bar{X}_1^A = \mu + a_1 + \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \epsilon_i$$

式中 \bar{X}_1^A 表A因素1水平的平均(有以K代表平均值的)。

A因素第2水平的平均值内容为:

$$\bar{X}_2^A = \mu + a_2 + \frac{1}{3} \sum_{i=4}^6 \epsilon_i$$

余类推。用直观(接)比较时, 结果得:

$$\bar{X}_2^A - \bar{X}_1^A = a_2 - a_1 + \left(\frac{1}{3} \sum_{i=4}^6 \epsilon_i - \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \epsilon_i \right)$$

有人^[8]假设上式末二项为零(或近似零), 理由是三个误差的平均差数, 认为“要比较A因素三个水平效应的大小, 通过比较 k_1^A, k_2^A 及 k_3^A (即 $\bar{X}_1^A, \bar{X}_2^A, \bar{X}_3^A$) 就可以了”。

只有三个误差的平均即视为0, 这种假设在实际上与理论上亦难以成立。作者认为直观比较是非常粗糙的。只能作为初步观察, 不能作出结论, 也没有什么精度可言。

如果作方差分析, 平均数的比较必须和误差联系起来作t检验或F检验, 否则就没有统计推理的意义。下面以方差分析原理探讨正交试验的误差分析问题。

2. 正交试验误差的分析与“完全随机设计”分析的比较：从方差组分 (Variance component) 的分析理论，可把正交试验各个试区当作“完全随机设计”，(有重复或无重复)。其效应可按求方差期望值的方法推导出各方差组分，或按Montgonme-ry^[13]所提出的表格法导出方差组分，从而给出“合适”的F值检验。现以两因素设计为例加以说明。

例如：用 $L_8(2^7)$ 表作正交试验设计，8次试验可视作完全随机设计，期望方差组分可以表格法导出。按试验设计的因素及可能发生的交互作用建立一线性模型。设A因素有a个水平；B因素具b个水平；共有 $a \times b$ 个处理组合。则任一观测值： y_{ijk} 的内容有：

$$y_{ijk} = \mu + T_i + \beta_j + (T\beta)_{ij} + \epsilon_{(ij)k}$$

式中 μ 为总体平均； T_i 为A因素在i水平的效应； β_j 为B因素在j水平的效应； $(T\beta)_{ij}$ 为交互作用； ϵ_{ijk} 为误差；k为第k次重复。按表格法写出期望方差组分如下(固定模型)

因素	F	F	R	期望方差
	2	2	1	
	i	j	K	
T_i	0	2	1	$\delta^2 + 2\sum T_i^2$
β_j	2	0	1	$\delta^2 + 2\sum \beta_j^2$
$(T\beta)_{ij}$	0	0	1	$\delta^2 + \sum \sum (T\beta)_{ij}^2$
$E_{(ij)k}$	1	1	1	δ^2

由期望方差组分可知这一模型进行F检验时，各效应对误差方差的比较都是

“合适”的。如检验“插法间”的效应(τ_i)的显著性时：

$$F = \frac{MS_{插}}{MSe} = \frac{\delta^2 + 2\sum T_i^2}{\delta^2}$$

其它效应的检验均可与误差方差比较而得“合适”的F值检验。如上例1表(1)， $L_8(2^7)$ 表的方差分析所示，该例的试验误差是以4—7空列来计算，计算较繁。如用间接法，从总平方和中减去各因素列的平方和，获得误差平方和，此法则较简。因总平方和的计法与一般方法相同，还是较简易的。例如上例1的误差平方和的计算可按常规的“完全随机设计”方差分析计算误差平方和：

$$SSe = SS_{总} - SS_{插} - SS_{苗} - SS_{交互} = 252 - 135.125 - 15.125 - 8 = 75.75$$

$$\text{误差自由度： } DFe = (8 - 1) - 1 - 1 - 1 = 4$$

$$\text{求得误差方差： } MSe = 75.75/4 = 18.9375$$

两种分析方法结果完全一致，但间接法较简。按完全随机设计法分析可定出“合适”的F检验，且计算时无须依赖正交表。

3. 正交试验的方差分析(随机模型)：虽然两因素两水平(随机模型)的方差分析方法和前例完全一样，但进行F检验时所采用的方差就大不相同了。

因随机模型主效应的期望方差组分为：(取A因素为例)

$$E(MS_A) = \delta^2 + n\delta^2 \tau_\beta + bn\delta^2 \tau$$

$$\text{误差为 } E(MSe) = \delta^2$$

故主效应A的方差与误差方差比较时，不能获得“适合”的F检验。互作的期望方差：

$$E(MS_{AB}) = \delta^2 + n\delta^2 \tau_\beta$$

故检验主效应A因素的显著性时应为:

原假设: $H_0: T_i = 0$; “合适”的F检验只能是:

$$F = (MS_A)/(MS_{AB}) = \frac{\delta^2 + n\delta^2 \tau\beta + bn\delta^2 \tau}{\delta^2 + n\delta^2 \tau\beta}$$

互作的检验应为: $H_0: (T\beta)_{ij} = 0$; $F = MS_{AB}/MS_e = \frac{\delta^2 + n\delta^2 \tau\beta}{\delta^2}$

4. 三因素以上正交试验的方差分析问题: 三因素的正交试验, 每一观测值可含有如下线性效应:

$$y_{ijkl} = \mu + T_i + \beta_j + \gamma_k + (T\beta)_{ij} + (T\gamma)_{ik} + (\beta\gamma)_{jk} + (T\beta\gamma)_{ijk} + \epsilon_{(ijkl)}$$

共有9项。固定模型, 各种效应就能分析出来, 但必须采用很大的正交表。如上例1, 表3的资料, 设为三因素(A, B, C)的试验。若采用 $L_8(2^7)$ 正交表, 该表只余一列作误差(或 $T\beta\gamma$ 效应)的估计, 只有一个自由度, 因此该表基本不宜采用。可选用较大的正交表, 如 $L_{16}(2^{15})$, 误差的估计可由7至15列, 其自由度=9。但此时小区数(试号)增加一倍, 还要采用一个庞大的正交表计算, 因此, 倒不如仍采用 $L_8(2^7)$ 正交表作出各因素的组合, 重复至2次。统计分析时按“完全随机设计”进行方差分析, 同样可析出各因素效应而工作量却节省多了。

三因素设计, 如果属随机模型, 由于期望方差组分较复杂, 主效应作F检验时, 不易找出“合适”的方差比。例如主效应A的期望方差组分为:

$$A: \delta^2 + cn\delta^2 \tau\beta + bn\delta^2 \tau\beta + n\delta^2 \tau\beta + bcn\delta^2 \tau$$

$$A \times B: \delta^2 + n\delta^2 \tau\beta\gamma + cn\delta^2 \tau\beta$$

$$A \times B \times C: \delta^2 + n\delta^2 \tau\beta\gamma$$

$$\text{误差: } \delta^2$$

从上各式在进行主效应的F检验时却找不出“合适”的方差比。因此难以测出主效应的显著性。至于一阶及二阶互作的效应仍可找出合适的方差比。

在这种情况下, 主效应的检验有个权宜的办法, 可利用不显著的多阶交互平方和与误差平方和合并, 求得合并后的方差作为误差, 把它和主效应方差比较求F值, 进行F检验。可是这种检验却增加了犯第II类错误(Type II error)的机率。Montgomery^[13]建议一个较合理的方法: “如果原误差方差的自由度大于6时, 不必与其他多阶方差合并; 如原误差方差的自由度少于6时, 则须, 当拟合并的多阶方差其F值在大的 α 值[例如 $\alpha = 0.25$ (即 $P = 0.25$)]仍不显著时, 才作合并为误差处理。”换言之, 那些多阶交互与误差比的F值须小些才能假设 $H_0: (T\beta) = 0$, 或 $(T\beta\gamma) = 0$ 。

四因素以上的试验, 其可能产生互作情况就更复杂了, 所使用的正交表就更庞大。其缺点是: 第一, 难以分清混什的效应; 第二, 缺少安排估计误差的空列。有人主张先选用较小的正交表^[3], 尽可能安排较多的因素, 不管各列有无混交互作用, 作初步试验, 选出少数较优因素后, 再进行第二批试验。这种方法的缺点是, 由于忽视互作而做成错误的判断。

综上所述，关于多因素试验采用正交表设计问题，作者认为只能限于粗略的，初步的观察，要提高试验的精确性并进行方差分析，还是以采用“平衡不完全区组设计”^{[4][14][15]}，或其他随机区组类的多因素设计为妥。因这些设计方差分析理论较坚实，经验也较丰。但是因素与水平的组合仍可利用正交表，不但可作“均衡搭配”，而且可大大节省试验次数，待选出较少较优的因素后再采用完全的正交设计与方差分析。

二、正交试验设置重复与误差的估计问题

正交试验不设重复。有些虽设重复，但将重复所得的数据加起来（或平均）进行分析，只以空列估计误差。另一情况是利用重复计算误差，或设置重复区组。

1. 不设重复，（采用 $L_4(2^3)$ 表）：随机选取一组两因素的数据组合进行统计分析^[1]。直接比较法，可看出苗龄因素影响产量最大 $T_1 - T_2 = 15.5$ ，但这是个错误的结论。如使用方差分析，其结果见表4。

表4 方差分析表

变 因	平 方 和	自 由 度	均 方 差	F	$F_{0.05}(1,)$
插 法	27.5625	1	27.5625	9	161.4
苗 龄	60.0625	1	60.0625	19.61	
误 差	3.0625	1	3.0625		
总 和	90.6875	3			

从上表可知，使用方差分析方法（空列作误差），则各因素远没达到显著水准。前述较大的苗龄差异仍属误差范围。由于误差方差只有一个自由度，F值须大于或等于161.4才达显著水准。

2. 设置重复的正交试验的几种分析方法比较：

（1）各重复合计（或平均），以空列作误差估算。

这种分析方法，曾为不少作者所使用^{[2][12]}。本文采用 $L_4(2^3)$ 正交表，设三重重复，共12小区资料数据作统计分析^[1]，以探讨其利弊。2因素，2水平的组合与例1相同。方差分析结果见表5。

此时所得的误差即“误差₁”（交互）=10.083，与插法方差192比的 $F = MS_{插} / MS_{e1} = 192 / 10.083 = 19.04$ ，未达显著水准。因这种设计，误差方差只有1个自由度，灵敏度甚低。

（2）利用重复，计算纯误差。利用上例12小区的数据（4处理试号，每试号重复3次），作完全随机设计分析。如用正交表，计算误差平方和 SS_{e2} 见表5。

$$SS_{e2} = SS_{总} - SS_{插} - SS_{苗} - SS_{交互}$$

$$= 363.4167 - 192 - 8.333 - 10.083 = 153$$

如用间接法计算误差平方和 SS_{e2} ，则

$$SS_{e2} = SS_{总} - SS_{处理} = 363.4167 - 210.4167 = 153$$

两者结果完全相同。式中 $SS_{处理}$ （处理平方和）即试号间平方和的计算与一般完全随机

表5 方差分析综合表

变 因	平方和 (SS)	自由度 (DF)	均 方 差 (MS)	F	$F_{\alpha}(n_1, n_2)$
插 法	192.0000	1	192.0000	$\begin{cases} 19.04 \\ 10.04^* \\ 13.52^* \end{cases}$	$F_{0.05}(1, 1) = 161.4$ $F_{0.05}(1, 8) = 5.32$
苗 龄	8.3330	1	8.3330		$F_{0.05}(1, 6) = 5.99$
误 差	10.0830		10.0830		$F_{0.01}(1, 8) = 13.75$
处 理	210.4167	3	70.1389	$\begin{cases} 3.687 \\ 4.938^* \end{cases}$	$F_{0.05}(3, 8) = 4.07$ $F_{0.05}(3, 6) = 4.76$
误 差 ₂	153.0000	(8)	19.1250		
区 组	67.7910	2	33.8958		
误 差 ₃	85.2080	6	14.2013		
总 计	363.4160	11			

设计同。用这误差方差 $MS_{e_2} = 19.125$ ($DF = 8$) 和插法的方差 $MS_{插}$ 比较, 则可检出插法间的差异是显著的, 已达到 $\alpha = 0.05$ 水平。若和不显著的交互作用合并作误差比较, 则可增加一自由度, 显著水准也增加一级 ($\alpha = 0.01$)。

(3) 设置重复区组分析误差。用同样12小区资料数据, 作随机区组设计分析(划分三个区组重复)。这样将区组的变异分出后得误差3的方差 $MS_{e_3} = 14.2013$, 自由度 $= (a-1)(b-1) = 3 \times 2 = 6$, 和插法方差比较:

$$F = MS_{插} / MS_{e_3} = 192 / 14.2013 = 13.52$$

插法间的差异已接近极显著水准, $\alpha = 0.01$, $F_{0.01}(1, 8) = 13.75$ 。这种分析显然将“完全随机设计”内的误差平方和中属于区组间变异的部分析出(自由度2亦分出), 因而误差方差也减少了, 只有14.2013。标准误差 $S_{e_3} = 3.768$ 。比之“完全随机设计”的误差方差($S_{e_2}^2 = 19.125$)及标准误差 $S_{e_2} = 4.373$ 降低了13.8%, 精度大为提高。

关于重复次数的设置问题, 往往与试验的类型及性质有关。Daniel^[14]认为: 在某些情况下, 处理效应的差异 Δ 大于4倍其标准差 σ , 即 $(\Delta/\sigma) \geq 4$, 则需少数重复, 如物理科学试验和试验设置在稳定的环境条件下。另一极端是, 效应的差异很微, $(\Delta/\sigma) \leq 1$, 通常见诸农业生物及医药等试验, 因其环境条件变化多端则难以控制。但细小的改进也有重要的意义或商品价值。因此, 作者认为这些具体问题应由具有该专业知识的科学工作者来考虑较妥。

三、交互作用作为试验误差问题

不少正交试验设计把交互作用当作误差处理, 这将容易导致错误的结论。如正交试验设计进行“一步酸洗法试验”^[2]。其设计既无安排误差的空列, 又无利用重复(两试片)计算纯误差, 结论是值得怀疑的。作者将其原始资料作方差分析, 利用两次重复内的差异求出具有9自由度的误差方差, 见表6。

表 6 方差分析表 (一步酸洗法)

变 因	平 方 和	自 由 度	均 方 差	F	$F_{\alpha}(n_1, n_2)$
A(H ₂ SO ₄)	90.780	2	45.390		
B(CH ₄ N ₂ S)	37.440	2	18.720		
C(洗涤剂)	8.037	1	8.037		
D(槽 温)	786.780	2	384.390	19.16**	$F_{0.01}(2, 9) = 8.02$
互 作	154.280	1	154.080	7.68*	$F_{0.05}(1, 9) = 5.12$
误 差 ₂	180.500	9	20.060		
总 计	1257.62	17			

从上表分析中可知，由于分出了试验误差₍₂₎和交互作用相比：

$$F = MS_{(交互)} / MS_{e2} = 154.08 / 20.06 = 7.68$$

已达显著水准。可知被忽略了交互作用是显著的。此时主要应从交互作用表中选取最优组合，即A₃B₁C₂D₂为最优。此时槽温(D)，与洗涤剂(C)的水平与原先所选的大不相同，(原来是A₃B₁C₁D₃)。

交互作用的1自由度是从正交表计算表第3列分出来的。拟作的两水平只有1自由度，余下1自由度属于误差₍₁₎(或交互)的自由度。该正交试验，如果没有忽视交互与误差的估计，第一次试验即可找出最优组合。不然，则需再做第二批试验才找出接近最优的组合^[2]。

因此，作者认为如果没有明显的证据说明因素之间不存在交互作用(或交互不显著)，将之当作误差处理将易导致错误的结论。

四、无重复试验遗失试号数据的补算

进行正交试验，如丢失试验数据，或发现某试号数据可能有误时，可作最少误差的补算。

在无重复试验的情况下，缺号(或缺区)的补算方法，也是运用最小二乘法，在误差最少的条件下算出缺号的数值，代入原试号中即可照常进行分析计算。

设缺号为X'，按计算误差空列包括X'在内的误差平方和SS_e。用微分法使SS_e对X'为最小。 $\frac{d(SS_e)}{dX'} = 0$

$$\text{解 } X' \text{ 得公式 } X' = \frac{R' - qT'}{q - 1}$$

式中R'为各试号产量(或观测指标)总和(不包括缺号)；T'为与缺区同水平的产量(或观测指标)总和(不包括缺号)；q为同水平内的重复次数。如有两空列作误差估计者，可利用两空列分别代入上公式计算X'₁及X'₂加以平均，则更接近真值。但必须注意缺一号(区)则减少1误差自由度(总自由度也随之减少1)，检验的灵敏度亦跟着降低了。

五、关于正交试验的效率问题

试验设计的效率 (Efficiency) 是对于一定 (同样) 大小规模的试验 (观测样本总数) 而言, 检验灵敏度愈高, 其效率也愈高; 不同大小规模的试验, 要求在保证一定的灵敏度下, 观测的样本数愈少, 其效率也愈高^[17]。

设有两种同样规模的试验设计, 所观测的样本数相同, 一采用正交试验设计 (可相当于完全随机设计); 一采用“随机区组设计, 则前者对于后者的“相对效率”可用其误差方差的倒数比较之。误差愈小者效率愈大。区组的相对效率, 可用列出公式计算^{[15][16][18]}。

$$\frac{(b-1)MS_B + b(a-1)MS_E}{(ab-1)MS_E}$$

式中, b 为区组数; a 为处理数; MS_B 为区组方差; MS_E 为误差方差。现以表 6 的正交试验资料及表 7 的方差分析, 求其相对效率:

代入上公式得: 相对效率 = $\frac{S_R^2}{S_B^2} = 1.25$

式中, S_R^2 为相当于完全随机设计的正交试验的误差方差; S_B^2 为随机区组设计的误差方差。为了获得同等的平均数标准误差, 必须使 $S_B^2/n = S_R^2/n$

式中, n 为正交试验设计的重复次数; b 为随机区组设计的区组数。上式解出 n , 可得与 b 个区组相当的所需的处理重复数。 $n = bS_R^2/S_B^2 = 1.25b$

本试验: $n = 1.25 \times 3 = 3.75 \approx 4$ 。这就是说, 如需获得与随机区组设计同样精度时, 正交设计各处理 (试号) 需重复到 4 次 (而不是现在的 3 次)。换言之, 该试验需增加 25% 左右的样本数 (或成本) 才能达到同随机区组设计相当的精度。

比较“随机区组设计”与“平衡不完全区组设计”的效率^{[15][16]}, 可知“平衡不完全区组”对于“随机区组设计”的相对效率为 126~136%。也就是说, 前者对后者的精度又高出 26% 以上。但从另一方面看, 由于划分区组, 误差自由度因而减少了, 也可降低试验的灵敏度。不少作者认为^{[13][15][16][19]}如估计区组间会存在较大的变异者, 以设置区组为宜 (农业, 生物医学, 农业工程上的试验), 否则只设置重复而不必分区组可保证有较多的误差自由度 (如物理机械性的试验)。

小 结

本文用方差分析理论论证正交设计的期望方差组分与“完全随机设计”的方差组分是完全一致的。作者采用 1980 年进行的一项田间试验的数据, 在相同的试验规模下, 列出不同的设计方案作分析比较。

(一) 采用正交表的空列计算试验误差时, 应用较大的空列较多的正交表才可保证有足够的误差自由度。在分析误差方差时利用空列计算倒不如利用总平方和的间接计算方法更为简便。

(二) 正交试验设计的一些线性模型的假设, 立论似不够合理, 如多因素试验而假

设没有交互作用；及只有三个误差的平均即视为零等。因此，正交试验的直观比较方法是非常粗放的，可能导致不可靠的结论。本文运用了一些试验实例加以证明，特别是交互作用，当未有证明其不存在前，是不可忽视的。

(三) 正交试验进行方差分析时也必须注意选择合适的方差比的F检验。

(四) 四因素以上的多因素正交试验，其可能产生互作的情况更复杂，进行方差分析时需使用的正交表更庞大。如要保证试验的可靠性与精确性，作者认为还是以采用如“平衡不完全区组设计”或其他多因素方差分析设计为妥。但因素与水平的组合，仍可利用正交表，以其“均衡搭配”可大大减少处理的组合数。

(五) 不设重复的正交试验，或只有一、二空列以估计误差的设计是不可取的。

(六) 无重复的正交试验，丢失试号数据时，仍可以补算。

(七) 设置重复的正交试验，统计分析时不要把处理的重复相加（或平均）作方差分析。这样对提高试验精度没有什么好处。应利用重复数据计算试验误差，以提高试验的精度。

(八) 以Fisher氏衡量试验设计效率的方法来衡量同等规模。有重复的正交设计，其效率低于“随机区组设计”。但从另一方面看，由于划分随机区组，误差自由度相应减少，反会降低检验的灵敏度，二者应取得相对平衡。

参 考 文 献

- [1] 华南农学院农机系，1982，小型工厂化薄土育秧设施的试验研究，〈田间小区试验资料〉（3）
- [2] 北京大学数学力学系数学专业概率统计组编，1976，《正交设计》127—131，人民教育出版社。
- [3] 中国科学院数学研究所，1977，《方差分析》69—100，科学出版社。
- [4] 南京农学院主编，1980，《田间试验和统计方法》186，农业出版社。
- [5] 西北农学院刀片课题组，1977，齿刃动刀片齿纹参数的正交试验，《农机情报资料》（5）。
- [6] 王增骥、陈壁、黄国恒、卢一舜，1980，水稻化学杀雄最佳处理的研究，《华南农学院学报》1（4）：91—95。
- [7] 屠秉恒，1979，平衡不完全区组试验设计，中国农业机械化科学研究院，《农机情报资料》（9）。
- [8] 运城地区农机试验站，1977，正交试验设计在汽流清选脱粒机上的应用，《农机情报资料》（2）。
- [9] 济斌，1976，《多因素试验正交优选法》科学出版社。
- [10] 中国科学院数学研究所统计组：1976，《常用数理统计》34—80，科学出版社。
- [11] 伍丕舜、陈邦奎1965，机械插秧与手工插秧对比试验的方差分析，《农业机械学报》8（2）
- [12] 张国华，1982，正交设计与多因素田间试验，《科研中的统计方法》（1）科研中的统计方法编委会出版。
- [13] Montgomery, D. C. : 1976. Design and Analysis of Experiments, John Wiley & Sons, Inc. P.166—174.
- [14] Daniel, Cuthbert : 1976, Applications of Statistics to Industrial Experimentation, John Wiley & Sons, P.viii,182.
- [15] Cochran, W. G. & G. M. Cox : 1950, Experimental Designs, John Wiley & Sons, Inc. pp. 26, 29, 100, 259.
- [16] Snedecor, G. W. : 1957, Statistical Methods, Iowa State College Press , p. 302—303.

- [17] Hoel, P. G. : 1974, Introduction to Mathematical Statistics, John Wiley & Sons, Inc. P. 217.
- [18] Fisher, R. A. : 1951, Design of Experiments. Oliver & Boyd.
- [19] Li, C. C. : 1964, Introduction to Experimental Statistics, Mc Graw-Hill, P. 182—185.

A STUDY ON THE PROBLEMS OF THE EXPERIMENTAL ERROR AND EFFICENCY OF THE ORTHOGONAL FACTORIAL DESIGNS, AND THEIR ANALYTIC METHODS

Wu Paishun

(Department of Agricultural Mechanization)

ABSTRACT

The theory of variance components was used to analyse the orthogonal factorial design in this study, and compared with the usual types of randomized designs (including the completely randomized design, randomized block design, and BIB design, etc.).

The data of the field experiment (taken from the "Research on Appropriate Rice Seedlings, Growing in A Greenhouse Design, for the Power Transplanters") were utilized for numerical examples to verify the reasoning that the author set up.

In order to obtain the appropriate F-test, the estimate of the expected variance components of the orthogonal factorial design is necessary. Statistical analyses of different types of designs were calculated from the same size of experiments (the same numbers of plots or runs) for comparing the error variance and the relative efficiency of these experiments.

The statistical analysis shows that the analysis of the error variance of an orthogonal factorial design with replicates by the indirect method of subtracting from the total sum of squares is much more convenient and time-saving than that of calculating directly from an orthogonal main effect plan.

It is not advisable to eliminate the interactions from the model without conclusive evidence that it is appropriate to do so. An example from a wrong conclusion made by a factory experiment is used to emphasize this idea.

The analysis of multiple factorial design with orthogonal main effect plan is not considered to be worth recommending because there would be too many interactions in the multiple factorial model, which could't be separated. A better idea for conducting multiple factorial experiments is to organize the factors and levels by the orthogonal main effect plan, but the treatment combinations would be arranged and analysed by the methods of the types of randomized designs, such as Completely Randomized Design, Randomized Block Design, BIB, PBIB, or other multiple factorial designs.